

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Charlotte PECKER-WIMEL

1^{re} THÈSE : Contribution à l'étude physique de la zone convective
des étoiles.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 11 Juin 1953, devant la Commission d'Examen :

MM. A. DANJON, *Président.*

F. CROZE	} <i>Examineurs.</i>
A. KASTLER	
E. SCHATZMANN	

SERVICE DES PUBLICATIONS DU C. N. R. S.

13, Quai Anatole-France

PARIS 7^e

1953



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552418_0021

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Charlotte PECKER-WIMEL

1^{re} THÈSE : Contribution à l'étude physique de la zone convective
des étoiles.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 11 Juin 1953, devant la Commission d'Examen :

MM. A. DANJON, *Président.*

F. CROZE

A. KASTLER

E. SCHATZMANN

} *Examineurs.*

SERVICE DES PUBLICATIONS DU C. N. R. S.

13, Quai Anatole-France

PARIS 7^e

1953

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen. M. A. CHATELET

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	CHRÉTIEN	Chimie (P. C. B.).
A. DENJOY	T	Théorie des Fonctions.	P. DRACH	Zoologie.
L. LUTAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	KASTLER	Physique.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	CHATELET	T Arithmétique et Théorie des nombres.
Robert LÉVY	T	Physiologie comparée.	EPHRUSSI	T Génétique.
FOCH	T	Mécanique physique et expérimentale.	WURMSER	T Biologie physico-chimique.
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.	BAUER	T Chimie-Physique.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	RIVIÈRE	Géologie (P. C. B.).
JOB	T	Chimie générale.	GAUTHERET	Biologie végétale (P. C. B.)
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	LUCAS	Physique.
COMBES	T	Physiologie végétale.	A. THOMAS	Évolution des êtres organisés.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	ARNULF	Optique appliquée.
PÉRÈS	T	Mécanique rationnelle.	MAX MORAND	Physique.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	SOLEILLET	Physique.
TOUSSAINT	T	Technique aéronautique.	FORTIER	T Mécanique expérimentale des fluides.
M. CURIE	T	Physique (P. C. B.).	DANJON	T Astronomie.
G. RIBAUD	T	Hautes températures.	FROMAGEOT	T Chimie biologique.
CHAZY	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	LAPORTE	T Physique générale et Radio-activité.
CROZE	T	Physique théorique et Physique céleste.	JANET	Mathématiques générales.
DUPONT	T	Théories chimiques.	PETIT	T Biologie maritime.
VALIRON	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	QUENEY	T Météorologie et Dynamique atmosphérique.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	GALLIEN	Biologie animale (P. C. B.).
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	EICHHORN	Biologie végétale (P. C. B.).
Jacques BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	DE CUGNAC	Biologie végétale (P. C. B.).
AUBEL	T	Chimie biologique.	Mlle CAUCHOIS	Chimie-Physique.
Mme JOLIOT-CURIE	T	Physique générale et Radio-activité.	THELLIER	Physique du Globe.
PLANTEFOL	T	Botanique.	AUDUBERT	Électrochimie.
CABANNES	T	Recherches physiques.	L'HÉRITIER	Génétique.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.	GRIVET	T Radio-Électricité.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	PONCIN	Mécanique des fluides.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	THIRY	T Mécanique appliquée.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	DUBREIL	Mathématiques générales.
WYART	T	Minéralogie.	QUELET	Chimie (P. C. B.).
TEISSIER	T	Zoologie.	CAGNIARD	Géophysique appliquée.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	CHAMPETIER	Chimie appliquée.
P. AUGER	T	Physique quantique et Relativité.	CUVILLIER	Géologie structurale et Géologie appliquée.
MONNIER		Physiologie générale.	JUNG	Pétrographie.
PIVETEAU	T	Géologie.	TRILLAT	Physique (P. C. B.).
ROCARD	T	Physique.	WIEMANN	Chimie (P. C. B.).
H. CARTAN	T	Mathématiques.	JACQUINOT	Physique (P. C. B.).
SCHAEFFER	T	Physiologie des fonctions.	VASSY	Physique de l'atmosphère.
LAFFITTE	T	Chimie générale.	DESTOUCHES	Théories physiques.
FAYARD		Calcul des probabilités et Physique mathématique.	M. PRUVOST	T Géologie.
COULOMB	T	Physique du Globe.	AMIEL	Chimie (P. C. B.).
Mlle COUSIN	T	Biologie animale (P. C. B.).	HOCART	Minéralogie.
			MACHEBEUF	Microbiologie.
			J. P. MATHIEU	Physique (P. C. B.).
			COUTEAUX	Biologie animale (P. C. B.).
			MAY	Biologie animale (P. C. B.).
			CHOQUET	Calcul différentiel.
			FELDMANN	Biologie (P. C. B.).
			GUINIER	Physique (P. C. B.).
			JOST	Biologie (P. C. B.).

Secrétaire : Ch. MONIER.



CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA ZONE CONVECTIVE DES ÉTOILES

par Charlotte PECKER
(Institut d'Astrophysique, Paris)

SOMMAIRE. — Nous avons recherché dans ce travail des modèles théoriques d'atmosphères présentant sous une zone radiative superficielle, une zone convective immédiatement en équilibre adiabatique. Après une introduction bibliographique nous avons donné des tables d'entropie, de pression, de gradient adiabatique pour deux compositions chimiques différentes (H pur ; H + He dans la proportion de 15 % d'atomes d'hélium et 85 % d'atomes d'hydrogène).

Nous avons ensuite étudié les conditions physiques à satisfaire au raccord des deux zones radiative et convective puis indiqué comment calculer un modèle rigoureux tenant compte de ces conditions.

Dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur, les solutions sont groupées le long d'une même droite du diagramme ($\log g$, $\log T_e$) traversant presque perpendiculairement la série principale à la hauteur des étoiles B9-Ao. Pour une atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium, les solutions se groupent suivant quatre droites sensiblement parallèles partageant le diagramme ($\log g$, $\log T_e$) en différentes zones où différents types d'instabilité sont possibles. Dans chaque zone la construction de modèles entièrement radiatifs nous a permis de discuter l'existence, la profondeur, et l'état d'équilibre de la zone convective. Nous avons essayé ensuite de définir un modèle possédant une zone convective où l'on passe progressivement de l'équilibre radiatif à l'équilibre adiabatique.

Nous avons enfin comparé de nombreuses étoiles observées à nos modèles théoriques, essayant en particulier d'expliquer les anomalies spectrales des étoiles à raies métalliques par rapport aux étoiles normales, par une différence de composition chimique entraînant une différence de structure : l'étoile à raies métalliques étant pauvre en hélium et entièrement en équilibre radiatif.

INTRODUCTION

1. — Le problème du transfert de l'énergie dans les étoiles a été très tôt l'objet de nombreuses recherches astrophysiques.

Des trois formes courantes de transport de l'énergie : conduction, convection, rayonnement, seule la convection, pensait-on vers la fin du XIX^e siècle, pouvait assurer le transport d'une grande quantité de chaleur à l'aide de mouvements ascendants et descendants de matière. Puisqu'on négligeait tout échange d'énergie d'une masse de gaz avec une autre par conduction et par rayonnement, on était tout naturellement amené à prendre une relation adiabatique entre la pression et la température

$$P = \alpha T^{\gamma/\gamma-1}.$$

On reconnaissait toutefois qu'au voisinage de la surface de l'étoile le transfert de l'énergie par rayonnement devait avoir une importance capitale. Finalement à la suite des travaux de SAMPSON (1893) on en vint à penser que toute l'énergie se transportait sous forme de rayonnement dans l'atmosphère de l'étoile. MILNE, SCHWARZSCHILD mirent au point la théorie de l'équilibre radiatif. En particulier SCHWARZSCHILD [37] étudiant en 1906 la stabilité de l'équilibre radiatif montra qu'une bulle ne pouvait monter que si

$$\left| \frac{dT}{dh} \right|_{\text{ad}} < \left| \frac{dT}{dh} \right|_{\text{rad}}.$$

Ceci indépendamment de tout frottement (viscosité, perte d'énergie par rayonnement...). En supposant la relation $B(\tau)$ linéaire dans la zone radiative, cette inégalité pouvait se transformer et finalement donner

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} < \frac{1}{4}$$

ce qui entraînait la stabilité de l'équilibre radiatif tant que $\gamma > \frac{4}{3}$. Or pour un gaz monoatomique, on croyait que γ restait constant et égal à $\frac{5}{3}$, la zone radiative était donc obligatoirement stable.

2. — Pendant ce temps RAYLEIGH [27] puis JEFFREYS [17] poursuivaient des recherches théoriques sur la convection. Ils montraient que la nature des mouvements existant dans une atmosphère dépendait de la valeur du nombre de RAYLEIGH

$$R_\alpha = \alpha_p g \Delta \left(\frac{\Delta T}{\Delta h} \right) \frac{D^4}{\nu K}$$

où α_p est le coefficient de dilatation à pression constante.
 g la gravité.

$\Delta \left(\frac{\Delta T}{\Delta h} \right)$ la différence entre le gradient réel et le gradient adiabatique.

D est l'épaisseur de la couche convective.

K et ν sont les coefficients de conductivité thermométrique et de viscosité cinématique.

Si $R_\alpha < 1\,700$, un mouvement prenant naissance par suite de l'instabilité est amorti par viscosité, par conduction de chaleur ; il ne peut se propager que si $R_\alpha > 1\,700$.

Le type de convection s'établissant dans l'atmosphère peut être :

Si $1\,700 < R_\alpha < 45\,000$, de la convection cellulaire stationnaire.

Si $R_\alpha > 45\,000$, de la convection non stationnaire.

Des valeurs élevées de R_α conduisent nécessairement à la turbulence étant donné la grande valeur du nombre de REYNOLDS correspondant,

$$R_\alpha = \text{cte } \frac{\nu}{K} R_e$$

(où $\frac{\nu}{K}$ est de l'ordre de 1).

Pratiquement les valeurs de R_α relatives aux atmosphères étudiées sont toujours très grandes et la couche convective est vraisemblablement turbulente.

3. — Cependant UNSÖLD [53] montrait en 1930 que γ pouvait devenir inférieur à $\frac{4}{3}$ dans la zone où l'hydrogène s'ionisait. Par suite, dans le calcul de modèles d'atmosphères, pouvait apparaître une instabilité radiative dès que l'inégalité de SCHWARZSCHILD était vérifiée.

UNSÖLD [54], SIEDENTOPF [39], BIERMANN [4, 5] étudièrent cette instabilité dans le cas solaire et cherchèrent si elle pouvait être responsable de la granulation. Ils essayèrent également de définir l'état d'équilibre de cette zone convective, en calculant le flux convectif à l'aide des données qu'ils avaient sur la granulation (grosseur des granules, vitesse des granules...).

UNSÖLD [54] pensait que la zone convective était dans un état d'équilibre très voisin de l'équilibre radiatif.

SIEDENTOPF [39...] trouvait que le transport d'énergie par convection était négligeable et concluait aussi que l'on pouvait considérer la zone convective en équilibre radiatif avec une très bonne approximation. Cependant ces calculs étaient approximatifs, les coefficients d'absorption, la valeur de la pression dans l'atmosphère solaire, la composition même de cette atmosphère étaient mal connus. On ne pouvait donner qu'une allure qualitative du phénomène.

PLASKETT [26] étudiant la granulation solaire, montra que l'instabilité radiative apparaissant dans l'atmosphère solaire lors de l'ionisation de l'hydrogène produisait effectivement de forts courants de convection. Il calculait la différence des gradients $\Delta_1 \left(\frac{\Delta T}{\Delta h} \right)$ nécessaire pour que $R_\alpha > 1\,700$, ceci avec les données approximatives sur la granulation. Il concluait que dans le cas solaire $\Delta \left(\frac{\Delta T}{\Delta h} \right)$ ayant des valeurs bien supérieures à Δ_1 , il y avait effectivement mouvement de matière.

Cependant BIERMANN [5] étudiant l'état d'équilibre de la zone convective, et calculant le flux convectif transporté dans le cas où cette zone convective était en équilibre radiatif, ou adiabatique, trouvait que l'équilibre était très proche de l'équilibre adiabatique qu'il pensait réalisé dès que $\tau > 8$, conclusion en désaccord avec celles d'UNSÖLD et de SIEDENTOPF.

RUDKJØBING [29] a repris le problème théoriquement lorsque les progrès réalisés dans la connaissance des coefficients d'absorption permirent la construction de modèles précis. Il étudia successivement les deux hypothèses extrêmes pour l'équilibre de la zone convective :

zone en équilibre radiatif,
zone en équilibre adiabatique,

et chercha les modifications qu'elles entraînaient sur la structure de l'atmosphère de l'étoile.

Il montra que si $\frac{d \log T}{d \log P} \simeq \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{rad}}$ la zone convective est étroite et qu'elle ne devient profonde que si $\frac{d \log T}{d \log P} = \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{ad}}$.

RUDKJØBING [30] s'aperçut alors que l'existence d'une zone convective profonde en équilibre adiabatique devait entraîner des modifications de la structure de la zone radiative. En effet, le calcul du modèle se faisait simplement à l'aide d'un modèle radiatif infini que l'on raccordait à une adiabatique dès que l'inégalité de SCHWARSCHILD était vérifiée. Le flux radiatif étant une fonctionnelle de B

$$F_R = 2 \int_{\tau}^{\infty} B(t) K_2(t - \tau) dt - 2 \int_0^{\tau} B(t) K_2(\tau - t) dt$$

son calcul fait donc intervenir des valeurs de la fonction source relatives à des profondeurs optiques situées dans la zone convective.

RUDKJØBING essaya de rendre $F_R(\tau)$ constant en ajustant la valeur du coefficient k de la relation $T^4 = T_0^4(1 + k\tau)$ mais ses calculs étaient basés sur une conception incomplète des conditions de raccordement entre les 2 zones.

WOOLLEY [60] étudiant l'influence de la convection sur l'assombrissement du bord solaire essayait de mettre en accord les observations d'ABBOTT et les résultats tirés d'un modèle théorique où la zone convective devient très rapidement adiabatique. Il choisissait la valeur du flux convectif et la profondeur optique où débute la zone convective pour que l'accord soit le mieux réalisé. D'autre part il reprenait la discussion de SCHWARSCHILD sur la stabilité de l'équilibre radiatif en faisant intervenir le rayonnement, ce qui changeait évidemment le point de départ de la zone convective, la nouvelle condition d'instabilité devenant

$$\left| \frac{dT}{d\tau} \right| > \left| \frac{dT}{d\tau} \right|_{\text{ad}}$$

DE JAGER [46] a essayé de construire un modèle solaire précis en tenant compte de ces travaux de WOOLLEY pour la construction de la zone convective.

A. B. UNDERHILL [51] étudiant les étoiles chaudes a essayé aussi de tenir compte des modifications apportées par la zone convective au calcul de la zone

radiative. Malheureusement dans le cas traité, la zone convective est peu épaisse, les deux gradients sont très proches et il est peu vraisemblable que la zone convective puisse être en équilibre adiabatique.

4. — Enfin récemment CAYREL [8] essayant de raccorder exactement une zone radiative et une zone convective en équilibre adiabatique, aboutissait à un échec, vraisemblablement parce que le choix de l'adiabatique ne convenait pas (chapitre IV).

Nous avons repris l'étude de ce raccord zone radiative-zone convective, dans des conditions très voisines de celles de CAYREL : nous avons supposé que les mouvements de convection devenaient très rapidement importants dans la zone convective si bien que l'équilibre adiabatique se trouvait réalisé à l'endroit même où commençait l'instabilité radiative. C'est une grosse approximation car, même dans ce cas, le transfert par rayonnement n'est pas négligeable dans la zone convective et il est impossible de concevoir un modèle réel où l'on passe brusquement, à une profondeur optique donnée, de l'équilibre radiatif à l'équilibre adiabatique. Il existe vraisemblablement entre ces deux états d'équilibre une zone intermédiaire qui permet de passer progressivement de l'un à l'autre (chapitre V, A).

D'ailleurs même si l'équilibre adiabatique est réalisé dans la zone convective nous sommes obligés d'admettre que le gradient y est légèrement superadiabatique pour que l'énergie puisse se transmettre par convection. L'expression du flux convectif est en effet (PRANDTL)

$$F_c = c_p \rho u l \Delta \left(\frac{dT}{dh} \right)$$

où c_p est la chaleur spécifique sous pression constante ;

ρ la densité,

u la vitesse de l'élément turbulent,

l la « longueur du mélange » vraisemblablement en relation étroite avec la dimension des éléments turbulents.

$\Delta \left(\frac{dT}{dh} \right)$ l'excès du gradient réel sur le gradient adiabatique qui se trouve nul

si la zone convective est adiabatique, et par conséquent entraîne $F_c = 0$.

Finalement en supposant que le transport de l'énergie se fait uniquement :

dans la zone radiative : par rayonnement,

dans la zone convective : par convection,

nous négligeons le transport par conduction, qui d'ailleurs ne devient important qu'à l'intérieur des étoiles de fortes gravités (naines blanches), nous négligeons aussi le flux mécanique dû aux ondes de compression, ondes de choc, ondes acoustiques, vraisemblablement phénomènes secondaires dus à la turbulence, nous

supposons également que le passage de ces ondes ne modifie en rien l'équilibre radiatif.

Nous cherchons donc principalement à connaître l'état d'équilibre régnant dans la zone convective. Nos investigations seront entreprises à l'aide de modèles théoriques par suite du manque de données expérimentales sur la turbulence régnant dans la zone convective. Les vitesses des éléments turbulents sont mal connues.

L'étude des courbes de croissance et des profils de raies conduit à des résultats différents, peut-être en raison du calcul inexact des raies. D'autre part la longueur de mélange l est inconnue, même dans le cas de la granulation solaire : certains auteurs la prenant égale soit à la dimension du granule, soit au tiers ou au dixième de cette dimension.

Nous espérons appliquer les résultats obtenus à l'étude des étoiles à raies métalliques pour savoir si les différences existant entre les étoiles A et F normales et les étoiles à raies métalliques provenaient, comme le supposait RUDKJØBING [31] d'une différence dans l'état d'équilibre de la zone convective. Cette étude devait d'ailleurs être qualitative, l'ignorance des vitesses d'agitation empêchant tout calcul précis de raies.

5. — Le plan de notre travail a été le suivant :

I. — L'hypothèse adiabatique nous a obligés à construire des tables d'entropie S , de pression P , de gradient adiabatique $\frac{d \log T}{d \log P}$ pour différentes compositions chimiques de l'atmosphère (chapitre II).

II. — Nous avons étudié ensuite les différentes conditions physiques à satisfaire au raccord des deux zones : mise en équation, méthode de résolution (chapitre III).

III. — Nous avons calculé numériquement le raccord dans le cas :

a) d'une atmosphère composée d'hydrogène pur :

b) d'une atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium.

Nous avons calculé les modèles théoriques correspondants : profondeurs optique et géométrique des 2 zones, flux transporté (chapitre IV).

IV. — Enfin au chapitre V nous avons placé les modèles théoriques trouvés dans le diagramme gravité flux, comparant leur position avec celles des étoiles connues (étoiles turbulentes, étoiles à raies métalliques, étoiles anormales...).

Nous avons de plus essayé de résoudre le problème de la zone intermédiaire dans tous les cas où le raccord immédiat d'une zone radiative et d'une zone adiabatique n'est pas possible.

6. — Enfin qu'il me soit permis de remercier ici

M. A. DANJON qui m'a fait l'honneur de présenter mes notes aux comptes rendus de l'Académie des Sciences.

M. H. MINEUR qui m'a accueillie dans son Institut.

M. J. DUFAY qui a bien voulu accepter d'être mon parrain au C. N. R. S.

M. V. KOURGANOFF qui m'a initiée aux problèmes de transfert.

M^{me} LAGORCE et M^{lle} LEROY qui ont assumé la présentation matérielle de ce travail.

Et enfin M. E. SCHATZMAN qui m'a proposé ce travail et n'a cessé de l'encourager.

I. CALCUL DE L'ENTROPIE.

Désirant raccorder une zone radiative superficielle avec une zone convective en équilibre adiabatique, nous avons été conduits à construire un réseau d'adiabatiques $S = C^te$ et par conséquent nous avons dû savoir calculer l'entropie d'un mélange de particules en équilibre thermodynamique dans un champ de rayonnement.

1. — DÉFINITION DE L'ENTROPIE.

Si nous avons N particules distinctes se groupant en g_i états comprenant n_i particules d'énergie E_i , la probabilité d'une telle répartition sera proportionnelle au nombre de complexions

$$X = \frac{N!}{n_1! n_2! \dots} g_1^{n_1} g_2^{n_2} \dots$$

L'entropie de cet ensemble de particules est définie de façon absolue par la relation de BOLTZMANN

$$S = k \log X \quad \text{où } k \text{ constante de Boltzmann} = 1.37 \cdot 10^{-16} \text{ ergs/sec.}$$

Si nous avons plusieurs systèmes caractérisés par des nombres $N_1, N_2 \dots N_n$ de particules, le nombre de complexions correspondant à l'état du système total est égal au produit des nombres de complexions relatifs à chacun des gaz pris isolément

$$X = X_1 X_2 \dots X_n.$$

L'entropie du système total sera alors

$$S = k \log (X_1 X_2 \dots X_n) = S_1 + S_2 \dots + S_n.$$

Les entropies de chacun des gaz sont donc additives.

Dans notre problème particulier nous sommes en présence d'un mélange de gaz parfaits comprenant des atomes neutres, des atomes ionisés dans l'état fondamental ou excité, des électrons et enfin de rayonnement, nous avons donc divisé l'entropie en deux parties calculables séparément :

- a) l'entropie due aux particules en équilibre d'ionisation et d'excitation ;
- b) l'entropie due au rayonnement.

2. CALCUL DE L'ENTROPIE DUE AUX PARTICULES.

Nous avons calculé l'entropie par gramme de matière en utilisant la formule donnée par SCHATZMAN [35] pour un mélange de gaz parfaits en équilibre d'ionisation. (Entropie calculée à une constante près.)

Dans le domaine de températures et de pressions étudié, nous avons considéré tous les atomes ionisés dans leur état fondamental. (J. C. PECKER [24] a montré par exemple que les états excités de l'hélium ne deviennent importants que si $\theta < 0.08$.) L'entropie sera alors

$$(1) \quad \frac{S}{K} = \sum_i \frac{x_i}{A_i H} \left\{ \frac{5}{2} \sum n \xi_i^n + \frac{5}{2} \log T - \log P_e - \log \xi_i^0 + \log \frac{\sum A_i \sum n \xi_i^n}{\frac{x_i}{A_i}} + \Theta \sum_1^z \xi_i^n \sum_1^n \chi_i^n \right\}$$

où x_i est la concentration en poids des atomes d'espèce i .

$\frac{x_i}{A_i H}$ est le nombre d'atomes d'espèce i par gramme.

ξ_n^i la fraction des atomes d'espèce i , ionisés n fois.

χ_n^i le potentiel d'ionisation relatif à la $n^{\text{ième}}$ ionisation de l'élément i de concentration x_i .

Les logarithmes employés ici sont les logarithmes népériens.

Θ le multiplicateur de LAGRANGE $\Theta = \frac{1}{kT} = \frac{\theta}{\log e}$.

L'entropie d'un mélange de particules se compose donc de termes dus à la

somme des entropies de chaque espèce de particules, et d'un terme $\log \frac{\sum_{in} \frac{x_i}{A_i} \sum n \xi_i^n}{\frac{x_i}{A_i}}$

dépendant de la composition du mélange puisque $\sum_{in} \frac{x_i}{A_i} \sum n \xi_i^n$ est le nombre d'électrons libres fourni par gramme par l'ionisation de ξ_i^n atomes d'espèce i .

3. CALCUL DE L'ENTROPIE DUE AU RAYONNEMENT.

Nous supposons pour calculer cette entropie, que le rayonnement se comporte comme un gaz de pression $P_r = \frac{1}{3} a T^4$, de densité $u = a T^4$ en équilibre thermodynamique à la température T , dans une enceinte de volume V .

UNSÖLD [55] en a donné la valeur. Et A. B. UNDERHILL a montré récemment [52] que lorsqu'on considère des étoiles chaudes, cette entropie n'était plus négligeable.

$$(2) \quad S_r = \frac{4}{3} a T^3 V = 4 P_r \frac{V}{T}.$$

S_r étant l'entropie du rayonnement contenu dans le volume V dans lequel il y a n particules suivant la loi des gaz parfaits.

$$(3) \quad P_g V = nkT.$$

Si N est le nombre initial d'atomes par unité de volume, le nombre de particules (atomes neutres, ionisés, électrons) sera

$$(4) \quad n = N(1 + \sum v_i \sum n \xi_i^n).$$

L'expression de l'entropie par unité de volume

$$(5) \quad \frac{S_r}{kN} = 4 \frac{P_r}{P_g} (1 + \sum v_i \sum n \xi_i^n)$$

Or l'on sait que

$$(6) \quad \frac{P_g}{1 + \sum v_i \sum n \xi_i^n} = \frac{P_e}{\sum v_i \sum n \xi_i^n} = \frac{P_g - P_e}{1}.$$

Par suite (5) peut se transformer et devenir

$$(7) \quad \frac{S_r}{kN} = 4 \frac{P_r}{P_e} \sum v_i \sum n \xi_i^n$$

mais comme nous avons calculé précédemment l'entropie due aux particules par gramme de matière, nous avons dû calculer également l'entropie due au rayonnement présent dans le volume occupé par chaque gramme de matière.

Si $\frac{x_i}{A_i H}$ est le nombre d'atomes d'espèce i par gramme,

N le nombre d'atomes par unité de volume,

$$(8) \quad \frac{S_{gr}}{Scm^3} = \frac{\sum \frac{x_i}{A_i H}}{N}.$$

Et par suite

$$\frac{S}{k} gr = \sum \left(\frac{x_i}{A_i H} \frac{S}{kN} \right)_{cm^3}.$$

L'entropie due au rayonnement sera par gramme de matière

$$(9) \quad \frac{S_r}{k} (\text{gramme}) = 4 \sum \frac{x_i}{A_i H} \frac{P_r}{P_g - P_e}.$$

4. APPLICATIONS NUMÉRIQUES.

A) *Atmosphère composée d'hydrogène pur.*

Nous avons d'abord supposé que la matière qui évoluait était constituée uniquement d'hydrogène pur, d'hydrogène ionisé et d'électrons.

Dans le domaine étudié $\left\{ \begin{array}{l} \log T \text{ variant de } 3.70 \text{ à } 4.50, \\ \log P_e \text{ variant de } 0 \text{ à } 6, \end{array} \right.$

nous avons négligé la valeur de la pression de radiation devant celle de la pression gazeuse et par suite négligé également l'entropie due au rayonnement. La formule (1) devient alors

$$(10) \quad \frac{S}{k\mathfrak{N}} = \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}\text{Log } T - \text{Log } P_e + \text{Log} \frac{x}{1-x} + \Theta\chi x$$

où $\mathfrak{N}$ le nombre d'atomes d'hydrogène par gramme, est égal au nombre d'AVOGADRO (nous prenons la masse atomique de l'hydrogène égale à l'unité).

x est le degré d'ionisation de l'hydrogène donné par l'équation de SAHA

$$(11) \quad \log \frac{x}{1-x} = 8.776 - \chi\theta - 2.5 \log \theta - \log P_e$$

χ est le potentiel d'ionisation de l'hydrogène.

(Rappelons que dans la formule (10) interviennent les logarithmes népériens alors que dans (11) ce sont les logarithmes décimaux qui sont utilisés.)

Le tableau 1 donne $\frac{S}{k\mathfrak{N}}$ en fonction de $\log P_e$, et $\log T$.

B) *Atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium.*

Nous avons considéré ensuite une atmosphère composée d'hélium et d'hydrogène dans des proportions analogues à celles qu'UNSÖLD avait déterminé pour τ Scorpii, soit en nombre d'atomes : 15 % d'hélium, 85 % d'hydrogène.

La masse moléculaire moyenne étant

$$4.0039 \times 0.15 + 1.008 \times 0.85 = 1.4575 \text{ gr.}$$

Les nombres d'atomes d'hydrogène et d'hélium par gramme sont

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x_H}{H} = \frac{0.85 \eta}{1.4575} = 3.5131 \cdot 10^{23} \\ \frac{x_{He}}{A_{He}H} = \frac{0.15 \eta}{1.4575} = 0.6199 \cdot 10^{23}. \end{array} \right.$$

L'hélium s'ionisant à des températures élevées nous avons calculé l'entropie de $\theta = 0.06$ à $\theta = 0.50$ (soit de 84 000 degrés à 10 080 degrés), $\log P_e$ variant de 0 à 6. Nous avons tenu compte de la pression de radiation P_r , et de l'entropie due au rayonnement. UNSÖLD [56] a déjà calculé des tables d'entropie dans un domaine analogue, mais il négligeait l'importance du rayonnement que M. B. UNDERHILL [52] a montré être important dans une grande partie du domaine étudié, c'est pourquoi nous avons repris les calculs.

Nous avons donc un mélange de gaz parfaits comprenant H I, H II, He I, He II, He III, des électrons et du rayonnement. La formule (1) donnant l'entropie S_p due aux particules devient

(13)

$$\frac{S_p}{k} = \frac{x_H}{H} \left(\frac{5}{2} \xi_H^1 + \frac{5}{2} \log T - \log P_e - \log \xi_H^0 + \log \frac{\frac{x_{He}}{A_{He} H} (\xi_{He}^1 + 2\xi_{He}^2) + \frac{x_H}{H} \xi_H^1}{\frac{x_H}{H}} + \Theta \xi_H^1 \chi_H \right) \\ + \frac{x_{He}}{A_{He} H} \left[\frac{5}{2} (\xi_{He}^1 + 2\xi_{He}^2) + \frac{5}{2} \log T - \log P_e - \log \xi_{He}^0 + \log (\xi_{He}^1 + 2\xi_{He}^2) + \frac{\frac{x_H}{H} \xi_H^1}{\frac{x_{He}}{A_{He} H}} \xi_H^1 \right] \\ + \Theta [\xi_{He}^1 \chi_{He}^1 + \xi_{He}^2 (\chi_{He}^1 + 2\chi_{He}^2)]$$

$\chi_H, \chi_{He}^1, \chi_{He}^2$ sont les potentiels d'ionisation de l'hydrogène, de l'hélium I, de l'hélium II.

ξ_H^0, ξ_H^1 sont les proportions d'atomes d'hydrogène neutre et ionisé

$$(\xi_H^0 + \xi_H^1 = 1)$$

$\xi_{He}^0, \xi_{He}^1, \xi_{He}^2$ les proportions d'atomes d'hélium neutre, ionisé une ou deux fois

$$(\xi_{He}^0 + \xi_{He}^1 + \xi_{He}^2 = 1).$$

Les degrés d'ionisation sont déterminés par la résolution des équations de Saha correspondantes

pour l'hydrogène

$$(14) \quad \log \frac{\xi_H^1}{\xi_H^0} = 8.776 - 13.53 \theta - 2.5 \log \theta - \log P_e$$

pour l'hélium I

$$(15) \quad \log \frac{\xi_{He}^1}{\xi_{He}^0} = 9.378 - 24.46 \theta - 2.5 \log \theta - \log P_e$$

pour l'hélium II

$$(16) \quad \log \frac{\xi_{He}^2}{\xi_{He}^1} = 8.776 - 54.14 \theta - 2.5 \log \theta - \log P_e.$$

L'entropie due au rayonnement sera par gramme de matière

$$(17) \quad \frac{S_r}{k} = 4 \times 4,13294 \frac{P_r}{P_e - P_e}.$$

Les résultats sont portés dans le tableau 4.

II. CALCUL DE LA PRESSION.

Connaissant en chaque point $(\log T, \log P_e)$ le nombre de particules N , le nombre d'électrons N_e on peut en déduire la valeur de la pression gazeuse

$$(18) \quad P_g = \frac{k}{\mu H} \rho T = \frac{N}{N_e} P_e$$

k est la constante de BOLTZMANN,
 μ est la masse moléculaire moyenne,
 ρ est la densité.

Avec les notations précédentes

$$N_e = \sum \frac{x_i}{A_i H} \sum n \xi_i^n$$

$$N \neq 1 + \sum \frac{x_i}{A_i H} \sum n \xi_i^n$$

par suite

$$(19) \quad P_g = P_e \frac{1 + \sum \frac{x_i}{A_i H} \sum n \xi_i^n}{\sum \frac{x_i}{A_i H} \sum n \xi_i^n}.$$

La pression totale P sera

$$(20) \quad P = P_g + P_r = \frac{k}{\mu H} \rho T + \frac{1}{3} a T^4.$$

Nous avons calculé la pression successivement dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur, et dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium.

A) CAS DE L'HYDROGÈNE PUR.

Nous avons seulement complété les tables publiées par STRÖMGREN (6) donnant $\log P_g$ par rapport à θ et $\log P_e$ (table 2).

Nous avons calculé $\log P_g$ de

$$\begin{cases} \theta = 0.32 & \theta = 0.16 \\ \log T = 4.20 & \log T = 4.50 \end{cases}$$

pour des $\log P_e$ variant de 4.5 à 7 (de 0.5 en 0.5).

B) CAS D'UNE ATMOSPHÈRE COMPOSÉE D'HYDROGÈNE ET D'HÉLIUM.

Nous avons tabulé $\log P_g$ puis $\log P$ en fonction de θ et de $\log P_e$ pour

$$\begin{aligned} \theta & \text{ variant de } 0.06 \text{ à } 0.50 \\ \log P_e & \text{ variant de } 0 \text{ à } 6. \end{aligned}$$

Nous publions à la fois ces deux tableaux car si les tables donnant le coefficient d'absorption moyen exigent la connaissance de $\log P_g$, le calcul d'un modèle fait intervenir la pression totale P .

Les résultats sont donnés dans les tableaux 5 et 5 bis.

III. CALCUL DU GRADIENT ADIABATIQUE.

Le gradient adiabatique jouant un rôle important dans l'étude de la stabilité, nous l'avons calculé pour une atmosphère constituée de particules et de rayonnement en équilibre thermodynamique.

UNSOLD [56] avait tabulé ce gradient pour des particules en équilibre d'ionisation en négligeant les effets dus à la pression de radiation sur les valeurs de la pression de l'entropie.

Il obtenait $\frac{d \log T}{d \log P}$ par différentiation numérique le long d'adiabatiques $S = C^{\text{te}}$. Par suite nous ne pouvons pas utiliser ces tables qui ne donnent pas $\frac{d \log P_g}{d \log T}$, la forme des adiabatiques étant influencée par l'existence de l'entropie due au rayonnement.

CHANDRASEKHAR [9] avait calculé le gradient $\frac{\Gamma - 1}{\Gamma}$ pour des particules neutres (ou complètement ionisées) en équilibre dans un champ de rayonnement.

$$(21) \quad \frac{d \log T}{d \log P} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma} \quad \text{avec} \quad \Gamma = 1 + \frac{(4 - 3\beta)(\gamma - 1)}{\beta^2 + 3(\gamma - 1)(1 - \beta)(4 + \beta)}.$$

Dans nos tables nous avons tenu compte à la fois de l'influence de la pression de radiation et de l'ionisation des particules.

$$(22) \quad \frac{d \log T}{d \log P} = \frac{-d \log \theta}{\frac{\partial \log P}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial \log P}{\partial \log P_e} d \log P_e}.$$

En choisissant θ et $\log P_e$ comme variables indépendantes, on peut écrire que le long d'une adiabatique, l'entropie est constante, sa dérivée est donc nulle

$$(23) \quad dS = 0 = \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial S}{\partial \log P_e} d \log P_e$$

d'où l'on tire

$$(24) \quad \frac{d\theta}{d \log P_e} = - \frac{\frac{\partial S}{\partial \log P_e}}{\frac{\partial S}{\partial \theta}}$$

qui reporté dans (22) conduit à l'expression du gradient adiabatique que nous avons utilisé

$$(25) \quad \frac{d \log T}{d \log P} = \frac{P}{0} \frac{\frac{\partial S}{\partial \log P_e}}{\frac{\partial \log P}{\partial \theta} \frac{\partial S}{\partial \theta} + \frac{\partial \log P}{\partial \log P_e} \frac{\partial S}{\partial \log P_e}}.$$

Le calcul du gradient adiabatique revient donc à déterminer les dérivées partielles de l'entropie et de la pression par rapport à θ et $\log P_e$: nous aurions pu le faire graphiquement, mais les calculs du raccord demandant davantage de précision, nous avons calculé algébriquement ces dérivées de l'entropie et de la pression.

A) DÉRIVÉES DE L'ENTROPIE.

On dérive successivement l'entropie S_p due aux particules et celle S_r due au rayonnement par rapport à θ et à $\log P_e$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = \frac{\partial S_p}{\partial \theta} + \frac{\partial S_r}{\partial \theta}.$$

Nous avons d'abord en dérivant 1

$$(26) \quad \frac{1}{k} \frac{\partial S_p}{\partial \theta} = \sum \frac{x_i}{A_i H} \left[\frac{5}{2} \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta} - \frac{2.5}{0} \frac{1}{\xi_i^0} \frac{\partial \xi_i^0}{\partial \theta} \frac{\sum \frac{x_i}{A_i} \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta}}{\sum \frac{x_i}{A_i} \sum n \xi_i^n} + \frac{\sum \chi_i^n}{\log e} \left(\sum \xi_i^n + \theta \sum \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta} \right) \right]$$

où les dérivées $\frac{\partial \xi_i^0}{\partial \theta}, \dots, \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta}$ sont obtenues en dérivant les équations de SAHA relatives aux n ionisations de l'élément i .

L'entropie due au rayonnement sera dérivée sous la forme donnée par (7)

$$(27) \quad S_r = 4 \frac{P_r}{P_e} \sum \nu_i \sum n \xi_i^n$$

$$\frac{1}{S_r} \frac{\partial S_r}{\partial \theta} = \frac{1}{P_r} \frac{\partial P_r}{\partial \theta} + \frac{\sum \nu_i \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta}}{\sum \nu_i}.$$

Comme

$$\frac{dP_r}{P_r} = 4 \frac{d\theta}{\theta}.$$

Nous avons finalement

$$(28) \quad \frac{1}{k} \frac{\partial S_r}{\partial \theta} = \frac{S_r}{k} \left[-\frac{4}{\theta} + \frac{\sum \nu_i \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta}}{\sum \nu_i \sum n \xi_i^n} \right].$$

Nous obtenons de même les dérivées par rapport à $\log P_e$

$$(29) \quad \frac{1}{k} \frac{\partial S_p}{\partial \log P_e} = \sum \frac{x_i}{A_i H} \left[\frac{5}{2} \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \log P_e} - \frac{1}{\log e} - \frac{1}{\xi_i^0} \frac{\partial \xi_i^0}{\partial \log P_e} \right. \\ \left. + \frac{\sum \nu_i \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \log P_e}}{\sum \nu_i \sum n \xi_i^n} + \frac{\theta}{\log e} \sum_1^2 \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \log P_e} \frac{\sum \chi_i^n}{\sum n \xi_i^n} \right]$$

$$(30) \quad \frac{1}{k} \frac{\partial S_r}{\partial \log P_e} = \frac{S_r}{k} \left[\frac{\sum \nu_i \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \log P_e}}{\sum \nu_i \sum n \xi_i^n} - \frac{1}{\log e} \right].$$

B) DÉRIVÉES DE LA PRESSION.

La pression de radiation étant uniquement fonction de θ nous avons

$$(31) \quad \frac{\partial P}{\partial \theta} = -4 \frac{P_r}{\theta} - \sum \frac{x_i}{A_i H} \frac{P_e}{(\sum \nu_i \sum n \xi_i^n)^2} \sum \nu_i \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta}$$

$$(32) \quad \frac{\partial P}{\partial \log P_e} = \frac{P_e}{\log e} - \sum \frac{x_i}{A_i H} \frac{P_e}{(\sum \nu_i \sum n \xi_i^n)^2} \sum \nu_i \sum n \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \log P_e}.$$

C) DÉRIVÉES DU DEGRÉ D'IONISATION.

L'équation donnant la $n^{\text{ième}}$ ionisation de l'élément i

$$(33) \quad \log \frac{\xi_i^n}{\xi_i^{n-1}} = -\chi_i^n \theta - 2.5 \log \theta - \log P_e + \text{Cste}$$

dérivée par rapport à θ donne

$$(34) \quad \frac{1}{\xi_i^n} \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta} - \frac{1}{\xi_i^{n-1}} \frac{\partial \xi_i^{n-1}}{\partial \theta} = -\frac{\chi_i^n}{\log e} - \frac{2.5}{\theta}.$$

Les n relations provenant de la dérivation des n équations de SAHA, jointes à (35)

$$(35) \quad \frac{\partial \xi_i^0}{\partial \theta} + \frac{\partial \xi_i^1}{\partial \theta} + \dots + \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta} = 0$$

permettront de déterminer les $(n+1)$ inconnues $\frac{\partial \xi_i^0}{\partial \theta}, \dots, \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \theta}$

Il en est de même des dérivées par rapport à $\log P_e$ qui sont obtenues à partir de

$$(36) \quad \frac{1}{\xi_i^n} \frac{\partial \xi_i^n}{\partial \log P_e} - \frac{1}{\xi_i^{n-1}} \frac{\partial \xi_i^{n-1}}{\partial \log P_e} = -\frac{1}{\log e}$$

et des $(n-1)$ équations analogues.

Ce moyen de calculer le gradient adiabatique, malheureusement très long, est le seul donnant des résultats précis lorsqu'on doit tenir compte à la fois de l'ionisation de plusieurs atomes différents et de l'existence de la pression de radiation.

Nous ne l'avons employé que dans le cas d'une atmosphère de même composition que τ Scorpii.

D) CALCUL DU GRADIENT ADIABATIQUE POUR UNE ATMOSPHÈRE COMPOSÉE D'HYDROGÈNE PUR.

Dans ce cas nous retrouvons la formule donnée par UNSÖLD [55] pour 1 seul constituant et en négligeant l'influence de la pression de radiation.

$$(37) \quad \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{ad}} = \frac{2 + x(1-x) \left(\frac{5}{2} + \frac{\chi}{kT} \right)}{2 + x(1-x) \left(\frac{5}{2} + \frac{\chi}{kT} \right)^2}.$$

Les résultats ont été groupés dans le tableau 3.

E) CALCUL DU GRADIENT ADIABATIQUE POUR UNE ATMOSPHÈRE CONSTITUÉE D'HYDROGÈNE ET DE MÉTAUX.

Nous avons étudié ensuite l'influence sur la valeur de $\frac{d \log T}{d \log P}$ de l'introduction de métaux dans la composition de l'atmosphère.

Nous avons encore utilisé dans ce cas la formule donnée par UNSÖLD [55]

$$(38) \quad \frac{d \log T}{d \log P} = \frac{1 + x_H + \frac{x_M}{A} + \frac{x_H(1 - x_H)}{x_H + \frac{x_M}{A}} + x_H(1 - x_H) \left(\frac{5}{2} + \frac{\chi_H}{kT} \right)}{\frac{5}{2} \left[1 + x_H + \frac{x_M}{A} + \frac{x_H(1 - x_H)}{x_H + \frac{x_M}{A}} \right] - x_H(1 - x) \left(\frac{5}{2} + \frac{\chi_H}{A} \right)^2}$$

où x_H est le degré d'ionisation de l'hydrogène,

x_M le degré d'ionisation moyen des métaux défini par $x_M = \sum \alpha_i x_i$ où x_i est le degré d'ionisation de l'élément d'abondance α_i .

A est le rapport du nombre d'atomes d'hydrogène au nombre d'atomes de métaux. Nous avons choisi $\log A = 3.8$, prenant pour chaque métal les abondances données par STRÖMGREN [44]

0.30	0.33	0.30	0.20	0.03	0.02
Mg	Si	Fe	Ca	Al	Na

la formule (38) montre que le terme correspondant aux métaux n'est important que lorsque x_H et $\frac{x_M}{A}$ sont du même ordre, c'est-à-dire aux tout débuts de l'ionisation de l'hydrogène. C'est pourquoi nous avons calculé avec précision l'ionisation de chaque métal dans cette région, en utilisant les équations de SAHA correspondantes.

Les fonctions de partition ont été prises soit dans UNSOLD [55] soit dans le travail plus récent de CLAAS [12]

$$(39) \quad \text{pour Mg} \quad \log \frac{\text{Mg}^+}{\text{Mg}} = -7.61 \theta + \frac{5}{2} \log T - \log P_e + 0.122$$

$$(40) \quad \text{pour Al} \quad \log \frac{\text{Al}^+}{\text{Al}} = -5.96 \theta + \frac{5}{2} \log T - \log P_e + 0.96$$

$$(41) \quad \text{pour Na} \quad \log \frac{\text{Na}^+}{\text{Na}} = -5.12 \theta + \frac{5}{2} \log T - \log P_e - 0.48$$

$$(42) \quad \text{pour Si} \quad \log \frac{\text{Si}^+}{\text{Si}} = -8.12 \theta + \frac{5}{2} \log T - \log P_e + \log \frac{2u_1}{u_0} - 0.48$$

avec

$$u_0 = 9 + 5.10^{-0.76 \theta} + 1.10^{-1.90 \theta}$$

$$u_1 = 6$$

pour Ca nous avons limité la somme d'état à son premier terme si $\log T < 4$

$$(43) \quad \log \frac{Ca^+}{Ca} = -6.09 \theta + \frac{5}{2} \log T - \log P_e + 0.122.$$

Enfin pour la 1^{re} ionisation du fer

$$(44) \quad \log \frac{Fe^+}{Fe} = -7.83 \theta + \frac{5}{2} \log T - \log P_e + \log \frac{2u_1}{u_0} - 0.48$$

les sommes d'état u_0 , u_1 étant longues à calculer, car les niveaux multiples entraînent un nombre de termes très importants, nous avons pris les valeurs interpolées à partir de résultats de CLAAS [12].

Les gradients ont été calculés finalement pour

$$\log T = 3.65 \text{ à } 4.10 \quad \log P_e \text{ variant de } 0 \text{ à } 3.$$

Les valeurs obtenues diffèrent très peu de celles obtenues pour une atmosphère d'hydrogène pur. Le plus grand écart ayant lieu évidemment dans la région d'ionisation des métaux.

F) CALCUL DU GRADIENT ADIABATIQUE POUR UNE ATMOSPHÈRE DE MÊME COMPOSITION QUE τ SCORPII.

Ces calculs ont été entrepris, par la méthode générale exposée plus haut, le long des adiabatiques 131,6 ; 145 ; 150 et 160. Les calculs résumés dans le tableau 6 ont été portés sur la courbe 1 qui donne les valeurs du gradient adiabatique en fonction de $\log P_g$ (la température est constante le long de ces courbes).

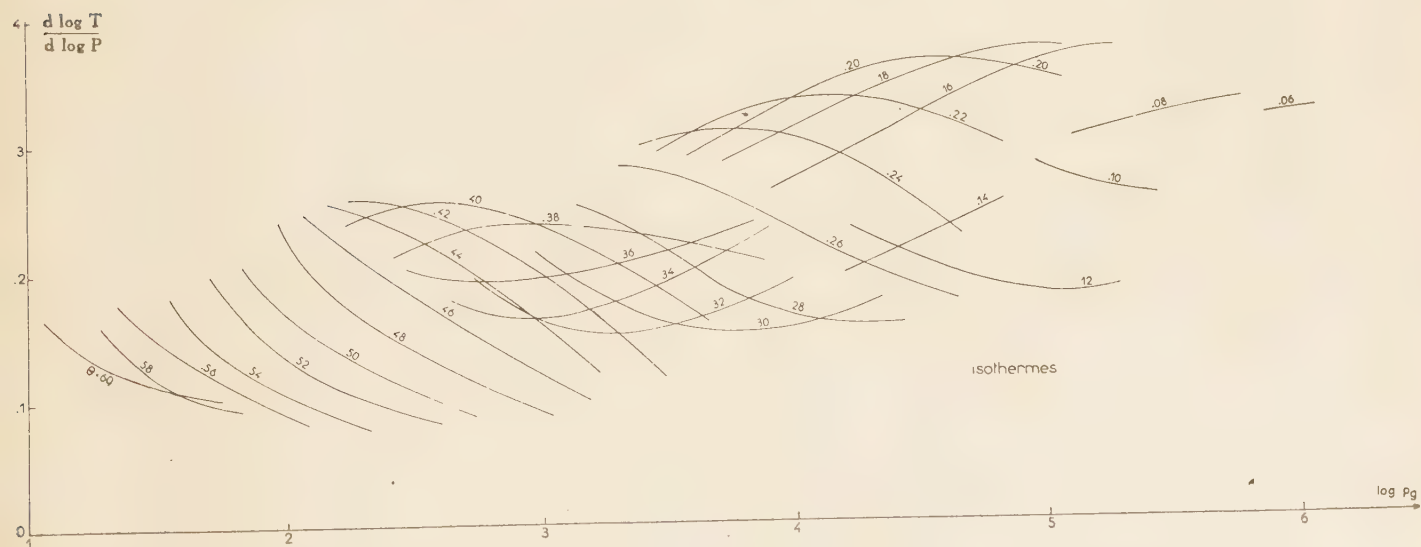


FIG. 1. — Courbes donnant la valeur du gradient adiabatique en fonction de $\log p_g \left(\frac{5040}{T} = \theta = C^{te} \right)$.

TABLEAU 1

$$\frac{S}{kT} \text{ HYDROGÈNE}$$

$\frac{\log T}{\log P_e}$	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5
4.01	39.98	36.23	30.90								
4.03		37.66	33.64								
4.05		38.28	35.24	30.73	24.33						
4.07		38.81	36.09	32.49	27.27						
4.09		39.33	36.61	33.32	29.90						
4.10		39.35	36.90	34.17	30.67	25.63					
4.11		39.48	37.10	34.48	31.29	26.81					
4.13		39.75	37.38	34.92	32.17	28.61					
4.15		39.97	37.64	35.27	32.72	29.71	25.59				
4.17			37.89	35.54	33.09	30.35	26.86	21.91			
4.20		40.56	38.25	35.95	33.58	31.11	28.38	24.74			
4.22			38.48	36.17	33.85	31.45	28.88	25.81	21.64		
4.24		41.02	38.72	36.41	34.09	31.74	29.27	26.51	22.96	18.10	
4.26			38.95	36.64	34.33	31.99	29.69	27.03	23.93	19.76	
4.28			39.18	36.88	34.57	32.25	29.93	27.42	24.65	21.08	
4.30			39.41	37.11	34.80	32.50	30.19	27.75	25.15	22.03	17.83
4.32			39.64	37.34	35.03	32.73	30.43	28.03	25.55	22.71	19.05
4.34			39.87	37.57	35.27		30.66	28.29	25.91	23.26	20.02
4.36			40.11	37.81	35.50		30.90	28.54	26.18	23.65	20.72
4.38				38.03	35.72		31.12	28.79	26.45	24.00	21.28
4.40			40.57	38.27	35.96		31.35	29.03	26.70	24.30	21.72
4.42				38.49	36.19		31.58	29.27	26.94	24.58	22.09
4.44				38.73	36.43		31.81	29.50	27.19	24.84	22.41
4.46				38.95	36.65				27.41	25.09	22.70
4.48				39.18	36.88					25.53	22.97
4.50				39.41	37.11					25.59	23.22

TABLEAU II
log P_ρ (H pur)

$\frac{\log P_e}{\log T}$	4.5	5	5.5	6	6.5	7
4.20	4.813	5.341	5.916	6.593		
4.22	4.809	5.323	5.869	6.487		
4.24	4.806	5.315	5.843	6.421		
4.26	4.805	5.309	5.826	6.377		
4.28	4.803	5.307	5.816	6.347	6.934	
4.30	4.802	5.306	5.811	6.330	6.886	
4.32	4.801	5.305	5.807	6.319	6.857	
4.34	4.801	5.302	5.804	6.313	6.837	
4.36	4.801	5.301	5.804	6.308	6.825	
4.38		5.301	5.803	6.306	6.817	
4.40		5.301	5.802	6.305	6.812	7.334
4.42		5.301	5.802	6.303	6.808	7.323
4.44			5.801	6.303	6.806	7.316
4.46				6.302	6.805	7.312
4.48				6.301	6.804	7.309
4.50				6.301	6.802	7.307

TABLEAU III
 $\frac{\gamma - 1}{\gamma}$ (H pur)

$\frac{\log P_e}{\log T}$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
3.75	.360	.386	.395	.399	.400	.400	.400	.400	.400	.400	.400
3.80	.142	.240	.327	.373	.390	.397	.399	.400	.400	.400	.400
3.85	.156	.0716	.115	.203	.295	.361	.384	.395	.400	.400	.400
3.90	.0668	.0593	.0604	.0731	.110	.188	.284	.351	.381	.395	.400
3.95	.197	.116	.0810	.068	.068	.081	.119	.192	.290	.356	.383
4.00	.360	.302	.208	.129	.090	.076	.077	.093	.139	.224	.315
4.05	.395	.384	.352	.297	.204	.130	.094	.084	.089	.116	.178
4.10	.400	.399	.392	.386	.349	.272	.186	.124	.099	.102	.110
4.15	.400	.400	.400	.396	.388	.367	.318	.236	.161	.122	.105
4.20	.400	.400	.400	.400	.400	.400	.399	.390	.332	.200	.142

$\frac{\log P_e}{\log T}$	5	5.5	6
4.22	.174	.133	.123
4.24	.212	.153	.129
4.26	.257	.182	.142
4.28	.298	.220	.162
4.30	.331	.259	.189
4.32	.354	.296	.221
4.34	.366	.329	.258
4.36	.381	.353	.293
4.38	.391	.366	.322

TABLEAU IV

$$10^{-23} \frac{S}{k} \text{ (ATMOSPHERE H + He)}$$

$\log P$ — 0	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
.06	2.3897 10 ³	7.5581 10 ⁵	2.3918 10 ⁵	7.5787 10 ⁴	2.4115 10 ⁴	7766.32	2589.41	946.36	418.79	245.18	183.28	156.71	140.35
.08	7.5630 10 ⁵	2.3932 10 ⁵	7.5839 10 ⁴	2.4131 10 ⁴	7774.78	2594.50	949.96	422.75	249.05	187.11	160.47	144.99	132.80
.10	3.1011 10 ⁵	9.8221 10 ⁴	3.1216 10 ⁴	1.0017 10 ⁴	3308.36	1178.99	498.77	278.05	199.29	167.58	149.97	135.99	122.70
.12	1.4959 10 ⁵	4.7461 10 ⁴	1.5160 10 ⁴	4.9381 10 ³	1698.00	666.79	333.46	220.59	175.75	153.88	137.89	126.20	114.70
.14	8.0852 10 ⁴	2.5642 10 ⁴	8.313.0	2.6947 10 ³	1002.68	440.73	254.99	187.61	158.63	142.61	130.99	120.77	110.49
.16	4.7439 10 ⁴	1.5124 10 ⁴	4961.2	1.6619 10 ³	638.36	314.71	208.80	169.42	150.48	138.09	127.70	117.79	107.95
.18	2.9264 10 ⁴	9200.05	2942.5	1.0301 10 ³	442.33	254.19	190.08	161.59	146.39	135.09	124.94	114.95	104.65
.20	1.7892 10 ⁴	5641.0	1892.8	722.98	348.25	223.47	177.51	156.47	143.28	132.52	122.30	111.62	100.42
.22	1.1768 10 ⁴	3848.3	1347.1	550.93	292.70	204.56	170.16	152.74	140.59	129.92	118.89	107.86	94.24
.24	8334.1	2772.03	1006.75	442.16	257.12	192.06	164.93	149.66	137.88	126.36	114.15	102.05	88.85
.26	6103.8	2065.93	782.48	370.05	233.12	183.23	160.77	146.57	134.12	121.32	108.58	97.35	83.29
.28	4591.5	1586.6	629.78	320.66	216.34	176.60	156.79	142.34	128.89	116.13	104.40	92.70	74.73
.30	3534.8	1251.35	522.60	285.57	203.79	170.54	151.62	136.55	123.92	112.17	100.57	86.11	65.73
.32	2775.1	1009.9	444.97	259.49	193.34	163.87	145.51	131.78	120.40	109.07	95.14	79.78	53.83
.34	2220.10	832.70	388.08	238.59	183.07	156.46	140.60	128.74	117.69	104.78	87.17	65.26	45.43
.36	1803.89	697.96	340.58	219.44	172.84	150.74	137.42	126.20	114.07	97.97	76.15	54.48	37.68
.38	1486.20	589.62	303.62	202.64	165.48	147.25	135.06	123.24	108.53	88.13	63.31	45.68	31.83
.40	1220.00	478.71	261.79	189.08	160.79	144.72	132.49	118.76	99.97	76.24	54.60	38.91	24.93
.42	999.01	424.81	244.60	183.06	157.48	142.26	128.87	111.68	88.53	64.70	46.64	33.61	22.86
.44	826.13	371.03	228.95	177.49	154.55	139.15	123.16	101.36	76.10	47.57	40.58	29.18	19.04
.46	704.29	338.03	217.32	172.84	151.35	134.46	114.52	88.67	65.02	43.93	35.71	25.32	15.39
.48	616.46	310.71	207.89	168.47	147.15	127.11	102.22	76.14	56.41	40.41	31.97	21.13	11.87
.50	548.55	289.14	199.72	163.64	140.83	112.04	88.76	65.93	49.92	36.95	27.77	18.02	8.73

TABLEAU V

log P (ATMOSPHERE H + He)

$\frac{\log P_e}{\theta}$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
0.06	5.099	5.099	5.099	5.099	5.100	5.101	5.105	5.119	5.159	5.267	5.495	5.856	6.300
.08	4.599	4.599	4.599	4.600	4.601	4.606	4.619	4.660	4.767	4.995	5.356	5.800	6.283
.10	4.212	4.212	4.212	4.214	4.217	4.227	4.259	4.346	4.537	4.879	5.311	5.792	6.292
.12	3.895	3.895	3.896	3.898	3.905	3.926	3.988	4.140	4.428	4.837	5.309	5.801	6.302
.14	3.627	3.628	3.629	3.633	3.646	3.684	3.788	4.016	4.380	4.827	5.309	5.804	6.302
.16	3.396	3.396	3.398	3.406	3.428	3.492	3.650	3.944	4.351	4.818	5.306	5.803	6.304
.18	3.191	3.192	3.196	3.208	3.243	3.339	3.550	3.896	4.333	4.812	5.306	5.804	6.307
.20	3.008	3.010	3.016	3.024	3.085	3.217	3.480	3.866	4.323	4.809	5.305	5.808	6.317
.22	2.843	2.846	2.854	2.880	2.952	3.123	3.431	3.847	4.317	4.808	5.309	5.813	6.334
.24	2.693	2.696	2.708	2.744	2.839	3.051	3.397	3.836	4.314	4.812	5.320	5.833	6.353
.26	2.554	2.559	2.575	2.623	2.745	2.995	3.373	3.828	4.317	4.822	5.334	5.848	6.379
.28	2.426	2.433	2.455	2.516	2.667	2.954	3.358	3.828	4.326	4.834	5.345	5.867	6.428
.30	2.308	2.317	2.345	2.423	2.604	2.924	3.352	3.835	4.337	4.844	5.359	5.903	6.516
.32	2.197	2.208	2.244	2.340	2.553	2.905	3.353	3.841	4.342	4.851	5.378	5.963	6.634
.34	2.093	2.108	2.152	2.269	2.516	2.897	3.357	3.847	4.350	4.870	5.432	6.085	6.873
.36	1.995	2.004	2.069	2.200	2.489	2.891	3.357	3.850	4.352	4.905	5.521	6.262	7.132
.38	1.904	1.927	1.994	2.161	2.466	2.884	3.357	3.857	4.385	4.969	5.664	6.493	7.422
.40	1.817	1.846	1.918	2.119	2.449	2.879	3.359	3.873	4.421	5.083	5.865	6.766	7.901
.42	1.736	1.771	1.869	2.083	2.433	2.876	3.369	3.904	4.514	5.249	6.115	7.062	8.044
.44	1.658	1.701	1.814	2.051	2.420	2.878	3.389	3.968	4.648	5.471	6.396	7.369	8.360
.46	1.586	1.636	1.765	2.024	2.413	2.888	3.429	4.066	4.850	5.734	6.695	7.682	8.677
.48	1.516	1.575	1.720	2.002	2.412	2.912	3.504	4.223	5.079	6.021	7.002	7.994	8.992
.50	1.460	1.518	1.681	1.986	2.422	2.962	3.626	4.434	5.351	6.321	7.312	8.308	9.307

TABLEAU V *bis* $\log P_e$

$\frac{\log P_e}{\theta}$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
0.06	.272	.772	1.272	1.772	2.272	2.772	3.272	3.772	4.272	4.772	5.272	5.772	6.272
.08	.272	.772	1.272	1.772	2.272	2.772	3.272	3.772	4.272	4.772	5.273	5.772	6.274
.10	.272	.772	1.272	1.772	2.272	2.772	3.272	3.772	4.272	4.774	5.275	5.780	6.288
.12	.272	.772	1.272	1.772	2.272	2.772	3.273	3.774	4.277	4.784	5.292	5.796	6.300
.14	.272	.772	1.272	1.772	2.273	2.775	3.280	3.788	4.295	4.799	5.300	5.801	6.301
.16	.272	.772	1.271	1.777	2.284	2.792	3.297	3.800	4.301	4.801	5.301	5.801	6.303
.18	.275	.780	1.287	1.795	2.299	2.800	3.301	3.801	4.301	4.801	5.302	5.803	6.306
.20	.291	.797	1.299	1.801	2.301	2.801	3.301	3.801	4.301	4.802	5.303	5.807	6.317
.22	.300	.801	1.301	1.801	2.301	2.801	3.301	3.801	4.302	4.803	5.308	5.813	6.333
.24	.301	.801	1.301	1.801	2.301	2.801	3.301	3.804	4.304	4.809	5.319	5.833	6.352
.26	.301	.801	1.301	1.801	2.301	2.801	3.302	3.804	4.310	4.820	5.333	5.848	6.379
.28	.301	.801	1.301	1.801	2.301	2.802	3.305	3.811	4.321	4.833	5.345	5.867	6.428
.30	.301	.801	1.301	1.801	2.302	2.805	3.312	3.823	4.333	4.842	5.358	5.903	6.516
.32	.301	.801	1.302	1.803	2.306	2.813	3.323	3.833	4.340	4.850	5.384	5.969	6.584
.34	.301	.802	1.303	1.806	2.315	2.824	3.333	3.839	4.347	4.870	5.452	6.085	6.873
.36	.301	.803	1.307	1.815	2.325	2.833	3.338	3.844	4.360	4.904	5.520	6.212	7.132
.38	.303	.807	1.312	1.826	2.330	2.838	3.342	3.853	4.384	4.969	5.663	6.493	7.422
.40	.308	.816	1.327	1.834	2.337	2.840	3.348	3.869	4.430	5.080	5.865	6.766	7.904
.42	.317	.827	1.334	1.837	2.339	2.844	3.359	3.901	4.513	5.249	6.115	7.062	8.044
.44	.320	.834	1.337	1.839	2.342	2.852	3.381	3.962	4.648	5.471	6.396	7.369	8.361
.46	.331	.837	1.338	1.841	2.347	2.867	3.423	4.065	4.840	5.734	6.695	7.682	8.677
.48	.335	.838	1.340	1.843	2.357	2.896	3.499	4.222	5.079	6.021	7.002	7.994	8.992
.50	.338	.838	1.342	1.850	2.376	2.950	3.624	4.434	5.351	6.321	7.312	8.308	9.307

TABLEAU VI

GRADIENT ADIABATIQUE $\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{ad}$

0	$\frac{S}{k} = 160$		$\frac{S}{k} = 150$		$\frac{S}{k} = 145$		$\frac{S}{k} = 131.6$	
	$\log P_g$	$\frac{\gamma-1}{\gamma}$	$\log P_g$	$\frac{\gamma-1}{\gamma}$	$\log P_g$	$\frac{\gamma-1}{\gamma}$	$\log P_g$	$\frac{\gamma-1}{\gamma}$
0.06			5.982	0.319				
.08	5.299	.310	5.606	.323				
.10	4.979	.279	5.296	.259				
.12	4.631	.198	4.897	.183				
.14	4.261	.200	4.541	.224			5.306	.321
.16	4.027	.272	4.404	.309			5.145	.366
.18	3.854	.295	4.180	.326	4.382	.343	5.008	.373
.20	3.707	.301	4.044	.331	4.254	.362	4.891	.353
.22	3.570	.303	3.922	.328	4.120	.333	4.764	.301
.24	3.451	.298	3.804	.309	3.991	.302	4.621	.230
.26	3.335	.282	3.689	.263	3.890	.241	4.449	.188
.28	3.219	.244	3.551	.206	3.740	.181	4.253	.154
.30	3.077	.202	3.377	.163	3.564	.154	4.049	.155
.32	2.918	.169	3.182	.152	3.356	.149	3.879	.178
.34	2.747	.169	3.019	.161	3.182	.166	3.745	.213
.36	2.591	.193	2.871	.190	3.044	.194	3.626	.219
.38	2.465	.213	2.757	.230	2.935	.235	3.532	.221
.40	2.365	.243	2.666	.254	2.848	.244	3.425	.189
.42	2.280	.257	2.582	.250			3.300	.150
.44	2.202	.252	2.518	.227			3.159	.133
.46	2.113	.235	2.404	.196			3.040	.115
.48	2.036	.218	2.298	.166			2.855	.103
.50	1.933	.184	2.166	.145			2.649	.0943
.52	1.834	.165	2.038	.128			2.450	.0904
.54	1.711	.145	1.892	.118			2.259	.0826
.56	1.576	.135	1.730	.117			2.059	.0841
.58	1.432	.130	1.568	.104			1.792	.0916
.60	1.286	.129					1.676	.1039

TABLEAU VII

$$\frac{S}{k} = 160$$

θ	$\log P_e$	P	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{ad}$	$\log \kappa$
0.08	5.027	2.388 10 ⁵	.310	
.10	4.706	1.117 10 ⁵	.279	.481
.12	4.349	5.059 10 ⁴	.198	.396
.14	3.966	2.247 »	.200	.240
.16	3.727	1.313 »	.272	.147
.18	3.553	8.695 10 ³	.295	.149
.20	3.406	6.112 »	.301	.154
.22	3.275	4.464 »	.303	.152
.24	3.150	3.319 »	.298	.186
.26	3.033	2.520 »	.282	.217
.28	2.915	1.921 »	.244	.262
.30	2.769	1.396 »	.202	.292
.32	2.603	9.825 10 ²	.169	.289
.34	2.424	6.797 »	.169	.243
.36	2.261	4.866 »	.193	.226
.38	2.130	3.695 »	.213	.225
.40	2.027	2.956 »	.243	.239
.42	1.940	2.429 »	.257	.260
.44	1.860	2.026 »	.252	.302
.46	1.779	1.690 »	.235	.324
.48	1.690	1.393 »	.218	.335
.50	1.582	1.117 »	.184	.325
.52	1.475	9.052 10 ¹	.165	.310
.54	1.342	7.056 »	.145	.261
.56	1.193	5.421 »	.135	.153
.58	1.032	4.144 »	.130	.046
.60	0.864	3.187 »	.129	1.942

TABLEAU VIII

$$\text{ADIABATIQUE } \frac{S}{k} = 150$$

θ	$\log P_e$	P	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{ad}$	$\log \bar{\kappa}$
0.06	5.710	1.085 10 ⁶	.319	0.288
.08	5.334	4.435 10 ⁵	.323	.585
.10	5.021	2.140 »	.259	.774
.12	4.611	8.676 10 ⁴	.183	.610
.14	4.243	3.895 »	.224	.480
.16	4.103	2.782 »	.309	.498
.18	3.879	1.669 »	.326	.416
.20	3.743	1.209 »	.330	.396
.22	3.621	9.058 10 ³	.327	.403
.24	3.502	6.857 »	.309	.429
.26	3.485	5.238 »	.263	.459
.28	3.244	3.821 »	.206	.497
.30	3.064	2.584 »	.163	.546
.32	2.862	1.676 »	.152	.510
.34	2.691	1.166 »	.161	.473
.36	2.538	8.406 10 ²	.190	.441
.38	2.420	6.493 »	.230	.446
.40	2.327	5.269 »	.253	.472
.42	2.240	4.344 »	.250	.500
.44	2.175	3.733 »	.227	.508
.46	2.057	2.900 »	.196	.518
.48	1.945	2.291 »	.166	.521
.50	1.806	1.726 »	.145	.503
.52	1.667	1.313 »	.127	.450
.54	1.509	9.714 10 ¹	.118	.360
.56	1.331	7.026 »	.112	.260
.58	1.150	5.138 »	.104	.112

TABLEAU IX
ADIABATIQUE 145

θ	$\log P_e$	P	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{ad}$	$\log \bar{z}$
0.18	4.081	2.565 10^3	.343	0.603
.20	3.953	1.897 »	.362	.602
.22	3.819	1.389 »	.333	.601
.24	3.689	1.030 »	.302	.605
.26	3.585	8.106 10^3	.241	.621
.28	3.427	5.760 »	.181	.650
.30	3.213	3.866 »	.154	.690
.32	3.032	2.424 »	.149	.655
.34	2.852	1.644 »	.166	.628
.36	2.709	1.204 »	.194	.608
.38	2.597	9.392 10^2	.235	.600
.40	2.508	7.685 »	.244	.627

TABLEAU X
ADIABATIQUE 131.6

θ	$\log P_e$	P	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{ad}$	$\log \bar{z}$
.14	5.006	2.067 10^3	.321	1.150
.16	4.844	1.418 »	.366	1.144
.18	4.707	1.034 »	.373	1.148
.20	4.589	7.900 10^4	.353	1.220
.22	4.461	5.877 »	.301	1.212
.24	4.315	4.227 »	.230	1.210
.26	4.137	2.848 »	.188	1.182
.28	3.934	1.817 »	.154	1.138
.30	3.722	1.140 »	.155	1.102
.32	3.546	7.724 10^3	.178	1.120
.34	3.407	5.668 »	.216	1.140
.36	3.295	4.412 »	.219	1.175
.38	3.188	3.482 »	.221	1.195
.40	3.077	2.731 »	.189	1.187
.42	2.945	2.034 »	.149	1.125
.44	2.797	1.486 »	.133	1.071
.46	2.668	1.133 »	.115	1.047
.48	2.472	7.475 10^2	.103	.942
.50	2.252	4.719 »	.0943	.823
.52	2.039	3.044 »	.0904	.692
.54	1.831	2.007 »	.0826	.560
.56	1.611	1.311 »	.0841	.398
.58	1.336	7.628 10^4	.0916	.215
.60	1.177	5.997 »	.104	.068

III. GÉNÉRALITÉS. MISE EN ÉQUATION.

1. HYPOTHÈSES FONDAMENTALES.

Voulant étudier la répartition des grandeurs physiques (T , p , ...) dans une atmosphère stellaire définie par sa composition chimique, sa gravité g et sa température effective T_e , il est nécessaire de préciser d'abord les hypothèses de base.

I. — L'atmosphère est constituée par les *couches superficielles* de l'étoile où la gravité peut être considérée comme constante.

II. — La matière stellaire est composée d'un *mélange de gaz parfaits*.

III. — L'atmosphère est supposée en *équilibre hydrostatique*, ce qui est une première approximation puisque l'on s'intéresse particulièrement à la structure de la zone convective, où les mouvements turbulents peuvent être importants, et la pression due à la turbulence non négligeable.

Ces hypothèses se résument dans les équations suivantes :

Équation d'état relative à un mélange de gaz parfaits contenant n particules par unité de volume

$$P_g = nkT$$

P_g est la pression gazeuse uniquement due aux atomes, ions et électrons. Cette première équation peut encore s'utiliser sous la forme

$$P_g = \frac{k}{\mu H} \rho T$$

où k est la constante de BOLTZMANN,

μ la masse moléculaire moyenne du mélange de gaz,

H la masse du proton,

ρ la densité.

Équation d'équilibre hydrostatique exprimant l'équilibre d'un cylindre de hauteur dh sous l'action des pressions exercées.

$$dP = -g\rho dh$$

P est ici la pression totale, comprenant la pression gazeuse P_g et la pression due au rayonnement

$$P = P_g + P_r.$$

(On néglige la pression P_t due à la turbulence bien qu'elle puisse être importante dans la zone convective.)

IV. — Transport de l'énergie.

L'énergie peut se transmettre dans l'atmosphère par rayonnement, convection, et conduction.

Sauf dans les naines blanches, l'énergie transmise par conduction est négligeable. L'énergie se partage donc entre les deux autres modes de propagation : par rayonnement, par convection.

a) Si toute l'énergie est transmise par rayonnement, on se trouve dans une *zone radiative*. Nous supposons que l'équilibre thermodynamique local y est réalisé : il existe donc entre les coefficients d'émissivité ε_ν et d'absorption κ_ν (par unité de masse et pour le nombre d'onde ν), la relation

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu} = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

avec

$$\int_0^\infty B_\nu d\nu = \frac{\sigma}{T} T^4.$$

L'intensité I sortant dans la direction $\mu = \cos \theta$ vérifie l'équation de transfert du rayonnement qui, dans le cas de l'absorption pure, est

$$\mu \frac{dI}{d\tau}(\tau, \mu) = I(\tau, \mu) - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') d\mu'$$

où τ est la profondeur optique définie par $d\tau = \frac{\kappa}{g} dP$.

Le coefficient d'absorption moyen κ est un coefficient « gris », indépendant de la fréquence. Nous utiliserons dans la suite le coefficient κ défini à partir de κ_ν par la méthode de la moyenne de ROSSELAND.

Comme il n'existe aucune source d'énergie dans les zones superficielles de l'étoile (elles sont supposées être toutes concentrées au centre de l'étoile), le flux radiatif est constant. Ceci peut s'exprimer en écrivant

$$F_R = 2 \int_0^\infty \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) \mu d\mu = \frac{\sigma}{\pi} T_e^4$$

T_e est la température effective de l'étoile, une des caractéristiques du modèle cherché.

b) Mais si l'on suppose que l'énergie transportée par convection n'est plus négligeable, l'équilibre radiatif devient instable. SCHWARZSCHILD a montré [37] que l'instabilité commençait lorsque entre les deux gradients radiatif et adiabatique existait l'inégalité

$$\left| \frac{dT}{dh} \right|_{ad} < \left| \frac{dT}{dh} \right|_{rad}.$$

Il exprimait ainsi la condition à satisfaire pour qu'une bulle supposée en équilibre adiabatique à la température T puisse monter.

Ce qui peut encore se traduire par l'inégalité des gradients

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{ad} < \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{rad}.$$

Ceci d'ailleurs suppose que la bulle évolue en n'échangeant avec le milieu extérieur ni chaleur, ni rayonnement.

En montant de dh , la bulle transporte une énergie

$$dE = mc_p (dT_R - dT_a).$$

La bulle n'évoluant plus dans un milieu en équilibre radiatif dès que le nombre de bulles devient grand, nous remplacerons $\left(\frac{dT}{dh}\right)_{\text{rad}}$ par $\frac{dT}{dh}$ et $\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{rad}}$ par le gradient réel $\frac{d \log T}{d \log P}$.

Le flux transporté sera

$$\frac{dE}{Sdt} = F_c = C_p \rho u l \left[\frac{dT}{dh} - \left(\frac{dT}{dh}\right)_{\text{ad}} \right]$$

où C_p est la chaleur spécifique sous pression constante,

ρ la densité,

u la vitesse de l'élément turbulent,

l la longueur de mélange dont on ne connaît pas précisément la relation avec les dimensions de l'élément turbulent.

En introduisant au lieu de $\left(\frac{dT}{dh}\right)_{\text{ad}}$ le gradient $\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{ad}}$ que nous connaissons dans la zone adiabatique, nous avons finalement

$$(45) \quad F_c = C_p \rho u l g \frac{\mu H}{k} \left[\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right) - \left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{ad}} \right].$$

Ce flux transporté dépend de la différence des gradients entre le milieu et la bulle que l'on suppose évoluer adiabatiquement.

En particulier, il est nul si le milieu est en équilibre adiabatique.

En supposant qu'il n'existe aucune source d'énergie dans la zone convective, *le flux total sera encore conservatif*

$$(46) \quad F = \frac{\sigma}{\pi} T_c^4 = F_c + F_R.$$

c) Il est très difficile de faire des modèles de cette zone convective.

Lorsque le flux convectif transporté est très faible, on peut considérer que l'équilibre de la zone reste radiatif.

Lorsque le flux convectif est important, on a coutume de supposer que la zone convective est en équilibre adiabatique.

Cette hypothèse n'est justifiée que si l'on suppose que les courants ascendants et descendants de matière n'échangent pas d'énergie avec le milieu extérieur soit sous forme de rayonnement, ou de conduction. En fait, il y a toujours une partie de l'énergie qui est rayonnée si bien que l'hypothèse selon laquelle la zone

convective est en équilibre adiabatique n'est qu'une première approximation.

De plus, d'après la formule (45) nous savons que le flux convectif transporté est nul si la zone convective est en équilibre adiabatique alors qu'en réalité il devrait être très important dans ce cas. Ceci nous oblige à supposer que même avec une zone convective en équilibre adiabatique, *le gradient de températures doit être légèrement super-adiabatique* pour que la chaleur puisse se propager.

Mais lorsqu'on se trouve en présence d'un flux convectif moyen, le problème de l'état d'équilibre de la zone convective n'a pas encore été résolu de façon satisfaisante.

Étudiant le cas solaire, UNSÖLD [53] et SIEDENTOPF [41] pensent que la zone convective peut être considérée comme étant en équilibre radiatif jusqu'à de très grandes profondeurs. BIERMANN [54] admet, au contraire, que l'état d'équilibre de cette zone est pratiquement adiabatique. C'est cette dernière hypothèse que nous avons adoptée pour nos atmosphères stellaires, nous réservant de la discuter par la suite.

2. LE PROBLÈME DU RACCORD DES ZONES RADIATIVE ET CONVECTIVE.

A) Nous cherchons donc à construire un modèle d'atmosphère qui, sous une zone radiative superficielle, présente une zone convective en équilibre adiabatique.

Ce modèle est caractérisé par sa composition chimique (fixée arbitrairement), sa gravité g , et sa température effective T_e . La zone convective commence à une profondeur optique τ_1 où la température T_1 est la même que dans la zone radiative pour la même profondeur

$$(47) \quad B_{\text{conv}}(\tau = \tau_1) = \frac{\sigma}{\pi} T^4 = B_{\text{rad}}(\tau = \tau_1).$$

En ce point où commence l'instabilité, l'égalité de SCHWARZSCHILD est satisfaite

$$(48) \quad \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{rad}}(\tau = \tau_1) = \left(\frac{d \log T}{d \log P}(\tau = \tau_1) \right)_{\text{ad}}.$$

De plus, le flux convectif s'annulant au point de raccord, nous devons écrire la *continuité du flux radiatif* en ce point : le flux radiatif sortant de la zone convective est alors égal au flux radiatif sortant de la zone radiative supposée extrapolée.

En utilisant les fonctions intégral-exponentielles pour la représentation du flux radiatif, nous avons au voisinage du point (T_1, τ_1)

$$(49) \quad 2 \int_{\tau_1}^{\infty} B_C K_2(t - \tau) dt = 2 \int_{\tau_1}^{\infty} B_R(t) K_2(t - \tau) dt$$

nous pouvons développer en série de TAYLOR, au voisinage du point τ_1 les 2 fonctions-sources $B_R(\tau_1)$ et $B_C(\tau_1)$

$$(50) \quad B_C(t) = B_C(\tau_1) + (t - \tau_1) \left(\frac{dB_C}{d\tau} \right)_{\tau_1} + \frac{(t - \tau_1)^2}{2!} \left(\frac{d^2 B_C}{d\tau^2} \right)_{\tau_1} + \dots$$

(3) peut encore s'écrire

$$(51) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 B_C}{d\tau^2} \right)_{\tau_1} \int_{\tau_1}^{\infty} K_2(t - \tau) dt + \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3 B_C}{d\tau^3} \right)_1 \int_{\tau_1}^{\infty} (t - \tau) K_2(t - \tau) dt + \dots$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 B_R}{d\tau^2} \right)_{\tau_1} \int_{\tau_1}^{\infty} K_2(t - \tau) dt + \dots$$

K_2 étant la fonction intégrro-exponentielle du 2^e degré, nous savons l'intégrer et finalement (51) aboutit à

$$(52) \quad \frac{1}{2 \cdot 2!} \left(\frac{d^2 B_C}{d\tau^2} - \frac{d^2 B_R}{d\tau^2} \right)_{\tau_1} + \frac{1}{3 \cdot 3!} \left(\frac{d^3 B_C}{d\tau^3} - \frac{d^3 B_R}{d\tau^3} \right)_{\tau_1} + \dots = 0.$$

Cette relation peut se simplifier si le raccord a lieu à de grandes profondeurs $\tau_1 > 1$. Nous pouvons supposer que les dérivées troisième, quatrième... sont négligeables par rapport à la dérivée seconde (hypothèse justifiée par les calculs numériques entrepris), nous avons alors

$$(53) \quad \frac{d^2 B_R}{d\tau^2} (\tau = \tau_1) = \frac{d^2 B_C}{d\tau^2} (\tau = \tau_1).$$

Si nous calculons ces dérivées secondes à l'aide de la fonction-source $B(\tau)$ et de l'équation de l'équilibre hydrostatique

$$\begin{cases} B = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \\ d\tau = \frac{\bar{\kappa}}{g} dP \end{cases}$$

nous avons d'abord

$$(54) \quad \frac{dB}{d\tau} = 4 \cdot \frac{\bar{\kappa} P}{g} B \frac{d \log T}{d \log P}$$

en dérivant cette expression logarithmiquement, nous aboutissons à

$$(55) \quad \frac{d^2 B}{d\tau^2} = \frac{g}{\bar{\kappa} P} \frac{dB}{d\tau} \left[4 \frac{d \log T}{d \log P} - 1 - \frac{d \log \bar{\kappa}}{d \log P} + \frac{d \log \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)}{d \log T} \right]$$

expression où nous remplaçons successivement B par B_R et B_C .

Au point de raccord des deux zones radiative et convective, les gradients sont égaux (et aussi $\bar{\kappa}$, P , $\frac{dB}{d\tau}$, $\frac{d \log T}{d \log P}$), finalement la condition (53) devient

$$(56) \quad d \log \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_C = d \log \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_R.$$

Si le raccord a lieu à une grande profondeur optique $\tau_1 > 1$, les deux gradients radiatif et convectif sont tangents au point de raccord. Ceci ne suppose rien sur l'équilibre de la zone convective : il peut ne pas être adiabatique, à condition

bien entendu de connaître la relation $B(\tau)$ dans la zone convective, pour que les calculs du raccord soient possibles.

Si nous pouvons supposer que le raccord a lieu à de grandes profondeurs optiques, l'approximation linéaire pour la fonction $B(\tau)$ peut être utilisée

$$(57) \quad B_R(\tau) = B_0 (1 + \sqrt{3} \tau)$$

et nous avons

$$\frac{d^2 B_R}{d\tau^2} = \frac{d^3 B_R}{d\tau^3} = \dots = 0.$$

La condition (52) devient donc

$$(58) \quad \frac{1}{2 \cdot 2!} \frac{d^2 B_C}{d\tau^2} + \frac{1}{3 \cdot 3!} \frac{d^3 B_C}{d\tau^3} + \dots = 0$$

qui se simplifie en négligeant les dérivées d'ordre supérieur à 2.

$$(59) \quad \frac{d^2 B_C}{d\tau^2} = 0.$$

Le point de raccord devra donc se trouver aux maxima et minima de la fonction $\frac{dB}{d\tau}$ calculée dans la zone convective. Ceci nous facilitera plus tard la recherche des solutions.

Finalement, le problème à résoudre comporte 4 inconnues :

$$g, T_e, \tau_1 \text{ et } T_1$$

et quatre équations puisque à (47), (48) et (52) il faut joindre la condition d'équilibre hydrostatique dans la zone radiative

$$(60) \quad T_1 = \int_0^{\tau_1} \frac{\bar{\kappa} dP}{g}.$$

B) *Définition des fonctions fondamentales dans les deux zones.*

Nous avons cherché à définir plus précisément les deux zones que nous voulions raccorder.

a) Dans la zone radiative l'équation de transfert du rayonnement

$$(61) \quad \mu \frac{dI}{d\tau}(\tau, \mu) = I(\tau, \mu) - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu$$

a été résolue en utilisant la méthode d'approximation de CHANDRASEKHAR [10] qui consiste à remplacer l'intégrale $\int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu$ par une somme de fonctions $a_j I_j$

$$(62) \quad \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu = \sum_{-n}^{+n} a_j I_j$$

où les I_j sont les valeurs de l'intensité $I(\tau, \mu)$ pour une suite discrète de valeurs de μ , racines des polynômes de LEGENDRE d'ordre n ; les a_j sont les poids correspondants $\sum_1^n na_j = 1$.

La résolution de l'équation de transfert revient donc à celle d'une équation différentielle ordinaire.

La valeur de l'intensité est

$$(63) \quad I_i(\tau, \mu_i) = b \left[\tau + Q + \mu_i + \sum_{\alpha=1}^{n-1} \left(\frac{L_{-\alpha} e^{k_\alpha \tau}}{1 + \mu_i k_\alpha} + \frac{L_\alpha e^{-k_\alpha \tau}}{1 - \mu_i k_\alpha} \right) \right]$$

où

$$i = \pm 1 \dots \pm n$$

ce qui conduit à une valeur de la fonction-source $B(\tau)$

$$(64) \quad B(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I d\mu = b \left[\tau + Q + \sum_{\alpha=1}^{n+1} L_\alpha e^{-k_\alpha \tau} + L_{-\alpha} e^{k_\alpha \tau} \right]$$

dont la dérivée par rapport à τ est

$$(65) \quad \frac{dB}{d\tau} = b \left[1 + \sum_{\alpha=1}^{n-1} (-k_\alpha L_\alpha e^{-k_\alpha \tau} + k_\alpha L_\alpha e^{k_\alpha \tau}) \right].$$

Cette méthode d'approximation introduit $2n$ inconnues supplémentaires b , Q , les L_α et $L_{-\alpha}$ (Les k_α et les μ_i sont des valeurs fixées).

Elles seront déterminées par les conditions aux limites de la zone radiative.

L'intensité rentrante est nulle à la surface de l'étoile

$$(66) \quad I_{-i\text{rad}}(\tau = 0) = 0 \quad i = 1 \dots n.$$

Et l'intensité sortante au point $\tau = \tau_1$ doit être égale à l'intensité sortante de la zone convective

$$(67) \quad I_{i\text{rad}}(\tau = \tau_1) = I_{i\text{con}}(\tau = \tau_1).$$

La condition de continuité du flux se change en une condition de continuité des intensités positives. Ceci parce que l'emploi de la méthode de CHANDRASEKHAR assure automatiquement la constance du flux dans la zone radiative

$$(68) \quad F_R = 2 \int_{-1}^{+1} \mu I(\tau, \mu) d\mu = \frac{4}{3} b = \frac{\sigma}{\pi} T_e^4.$$

b) Dans la zone convective supposée en équilibre adiabatique, on ne connaît aucune expression algébrique de la valeur de $B(\tau)$. On aura seulement en chaque point

$$B(\tau) = \frac{\sigma}{\pi} T^4.$$

La profondeur optique étant reliée à la température à l'aide des deux équations

exprimant l'équilibre adiabatique et l'équilibre hydrostatique de cette zone

$$(69) \quad \begin{cases} S(T, P) = \text{Cste} \\ \int_{P_1}^P \frac{\bar{x} dP}{g} = \tau - \tau_1 \quad \text{pour } \tau > \tau_1. \end{cases}$$

L'intensité sortant de la zone convective dans la direction μ_i est

$$(70) \quad I_{+i} = \frac{1}{\mu_i} \int_{\tau_1}^{\infty} B(\tau) e^{-\frac{t-\tau_1}{\mu_i}} dt$$

elle est calculée par une méthode d'approximation analogue à celle utilisée pour

$$\int_0^{\infty} e^{-x} B(x) dx \quad [20].$$

Nous remplaçons l'intégrale par la somme des fonctions :

$$(71) \quad I_{+i} = H_0 B(x_0) + H_1 B(x_1) \dots + H_n B(x_n).$$

Les H_0 étant les poids correspondant à la valeur x_0 de la variable.

Le nombre de termes utilisés pour le calcul de I_{+i} dépend du degré d'approximation choisi.

Nous avons choisi $n = 2$. Il s'ensuit

$$\begin{aligned} H_0 &= 0.1464 & x_0 &= \frac{t - \tau_1}{\mu} = 3.414 \\ H_1 &= 0.854 & x_1 &= \frac{t - \tau_1}{\mu} = 0.586. \end{aligned}$$

C) Équations algébriques à satisfaire au raccord.

Nous avons utilisé la deuxième approximation de CHANDRASEKHAR

$$k = 1.972 \quad \begin{cases} \mu_1 = 0.340 \\ \mu_2 = 0.861 \end{cases}$$

nous introduisons ainsi 4 constantes b , Q , L_1 et L_{-1} qui, jointes aux 3 inconnues physiques du problème g , T_e et τ_1 font 7 inconnues à déterminer. (La connaissance de τ_1 entraîne celle de T_1 puisque l'on connaît la relation $B(\tau)$.)

En résumé, nous disposons des 7 équations suivantes :

$$(72) \quad b[\tau_1 + Q + L_1 e^{-k\tau_1} + L_{-1} e^{k\tau_1}] = B_C(\tau_1) = \frac{\sigma}{\pi} T_1^4$$

$$(73) \quad \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\tau=\tau_1}^{\text{rad}} = \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\tau=\tau_1}^{\text{ad}}$$

$$(74) \quad I_{-}(\mu_1) = 0 \rightarrow Q - \mu_1 + \frac{L_1}{1 - \mu_1 k} + \frac{L_{-1}}{1 + \mu_1 k} = 0$$

$$(75) \quad I_{-}(\mu_2) = 0 \rightarrow Q - \mu_2 + \frac{L_1}{1 - \mu_2 k} + \frac{L_{-1}}{1 + \mu_2 k} = 0$$

L'équation 67 $\rightarrow$ 76 et 77

$$(76) \quad b \left[\tau_1 + \mu_1 + Q + \frac{I_1 e^{-k\tau_1}}{1 - \mu_1 k} + \frac{I_{-1} e^{k\tau_1}}{1 + \mu_1 k} \right] = 0.854 B(\tau_1 + 0.199) + 0.146 B(\tau_1 + 1.161)$$

$$(77) \quad b \left[\tau_1 + \mu_2 + Q + \frac{I_1 e^{-k\tau_1}}{1 - \mu_2 k} + \frac{I_{-1} e^{k\tau_1}}{1 + \mu_2 k} \right] = 0.854 B(\tau_1 + 0.505) + 0.146 B(\tau_1 + 2.939)$$

$$(78) \quad \tau_1 = \frac{1}{g} \int_0^{\tau_1} \frac{\bar{r}_1 \bar{z} dP}{g}$$

Le problème se trouve donc déterminé.

CAYREL [8] traitant le même problème que le nôtre avait omis l'équation (78) relative à l'équilibre hydrostatique de la zone radiative. Il ne disposait que de 6 équations et ayant 7 inconnues, il se fixait arbitrairement la gravité — rendant le problème beaucoup plus difficile à résoudre — et de plus, incomplet.

Nous verrons d'ailleurs par la suite que ce n'est pas uniquement pour cette raison qu'il n'a pas trouvé de solution.

D) *Méthode employée pour la détermination algébrique du point de raccord.*

Nous avons résolu notre système de 7 équations à 7 inconnues en deux étapes successives.

1° Nous fixant une arbitraire (τ_1 par exemple), nous avons satisfait aux six premières équations (72-77). Les six inconnues restantes sont alors déterminées en fonction de l'inconnue choisie arbitrairement.

2° Nous avons fait varier la valeur de l'inconnue arbitraire pour que la 7^e équation soit également vérifiée.

1° *Calculs préliminaires.* — a) L'emploi dans la zone radiative de la méthode d'approximation de CHANDRASEKHAR permet de connaître sous forme algébrique les fonctions $B_R(\tau)$, $I_R(\tau, \mu)$; seul le gradient radiatif $\frac{d \log T}{d \log P}$ n'est pas connu directement. Nous avons alors transformé l'équation (73) sachant que

$$(79) \quad \frac{d \log T}{d \log P} = \frac{dT}{T} \frac{P}{dP} = \frac{1}{4 \cdot B} \frac{dB}{d\tau} \frac{\bar{z} P}{g}$$

d'où

$$(79 \text{ bis}) \quad \frac{dB_R}{d\tau} (\tau = \tau_1) = \frac{dB_C}{d\tau} (\tau = \tau_1).$$

b) Dans la zone convective, les principales fonctions ne sont connues que sous forme numérique. Nous avons dû calculer une zone convective avant d'entreprendre tout calcul de raccord.

La zone convective étant supposée être en équilibre adiabatique la relation $P(\theta)$ sera donc déterminée par le choix de l'entropie constante le long de cette adiabatique.

La 1^{re} étape est la construction précise de l'adiabatique

$$\frac{S}{k} = \text{constante.}$$

Les tables d'entropie que nous avons calculées dans le chapitre II, nous ont permis d'avoir en première approximation la relation $P(\theta)$. Nous avons ensuite recalculé l'entropie aux points obtenus, ce qui nous a permis de déterminer la relation $P(\theta)$ avec plus de précision. Connaissant alors la relation entre la température et la pression, nous avons pu déterminer en chaque point (θ, P) la valeur du coefficient d'absorption moyen $\bar{\kappa}$, puis calculer

$$\tau - \tau_1 = \frac{1}{g} \int_{P_1}^P \bar{\kappa} dP$$

avec 2 inconnues : la gravité et la profondeur optique τ_1 du point de raccord. Donc, ces deux inconnues déterminées (ou choisies arbitrairement), nous avons $B_c(\tau)$, $I_c(\mu, \tau)$... seul $\frac{dB_c}{d\tau}$ ne se calcule pas directement. Nous avons utilisé la relation (79)

$$(80) \quad \frac{dB_c}{d\tau} (\tau = \tau_1) = \frac{4g}{\bar{\kappa}_1 P_1} B(\tau_1) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)_1.$$

2^o *Résolution du système de 7 équations.* — Remarquons d'abord que les équations (74) et (75) exprimant que l'intensité rentrante est nulle à la surface de l'étoile, sont indépendantes du modèle choisi.

Les μ_1 , μ_2 , k étant connus, nous pouvons exprimer L_1 et L_{-1} en fonction de Q à l'aide de ces deux équations

$$(81) \quad L_1 = 0.115 Q - 0.1965$$

$$(82) \quad L_{-1} = 1.5636 - 2.2536 Q.$$

Il ne reste donc plus que 5 inconnues à déterminer : g , T_e , τ_1 , b et Q à l'aide des 5 équations restantes (72, 73, 76, 77, 78).

CAYREL, traitant un problème analogue au nôtre, a montré [8] que l'utilisation de la méthode de CHANDRASEKHAR entraînait au voisinage du point de raccord

(τ_1, T_1) une limitation très étroite du rapport $\frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau}$

$$l < \frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau} < l + dl$$

les valeurs des limites dépendent de la profondeur optique à laquelle a lieu le raccord.

Entre la gravité de l'étoile et les paramètres physiques du point de raccord, nous avons la relation

$$(83) \quad g = \frac{\bar{\kappa}_1 P_1}{4 \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)_1} \left(\frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau} \right)_{\tau = \tau_1}$$

et par suite le choix de τ_1 et de T_1 revient à fixer approximativement la gravité du modèle étudié.

Ceci nous a imposé le processus suivant de résolution du système.

1. *Nous nous sommes fixés arbitrairement τ_1 et nous avons choisi une valeur α du rapport $\frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau}$, comprise entre les limites données par CAYREL [8].*

Le choix arbitraire de la température T_1 permet de définir le point de raccord sur l'adiabatique $\left(\bar{x}_1, P_1, \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_1 \dots \right)$ et de déterminer la gravité g

$$g = \frac{\bar{x}_1 P_1}{4 \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)_1} \left(\frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau} \right)_{\tau=\tau_1}$$

nous pouvons alors calculer la fonction-source $B(\tau)$ le long de l'adiabatique, l'intensité sortant de la zone convective au point τ_1 est alors connue.

$$I_+(\mu_1, \tau) = 0.854 B(\tau + 0.199) + 0.146 B(\tau + 1.161)$$

$$I_+(\mu_2, \tau) = 0.854 B(\tau + 0.505) + 0.146 B(\tau + 2.939)$$

le choix de τ_1 entraîne que dans la zone radiative, les expressions de l'intensité $I_{R-}(\tau_1, \mu)$ et de $B_R(L)$ au point de raccord sont uniquement fonctions de b et de Q .

$$I_R(\tau_1, \mu_1) = bf(Q)$$

$$I_R(\tau_1, \mu_2) = bg(Q).$$

Le rapport des deux équations (76) et (77) permet alors de trouver Q , une des deux équations (76) ou (77) fournissant alors b .

Les 4 constantes définissant la zone radiative b , Q , L_1 et L_{-1} sont connues. Elles seront des solutions si la valeur qu'elles donnent à la fonction-source au point de raccord est bien la valeur exacte

$$B_R(\tau = \tau_1)_{\text{cal}} = \frac{\sigma}{\pi} T_1^4 \quad (\text{équation 72}).$$

Ceci nous permet donc de voir si le choix arbitraire de T_1 a été convenable.

a) Si $B_R \text{ cal} \neq \frac{\sigma}{\pi} T_1^4$ l'équation (72) n'est pas vérifiée.

La température T_1 choisie ne convient pas. Il faut recommencer les essais avec une autre valeur de la température. Pour réduire au minimum le nombre de ces essais, nous avons tracé, en fonction de $\theta = \frac{5\,040}{T}$ les deux courbes

$$B_{\text{cal}}(T_1) \quad \text{et} \quad B_{\text{ex}}(T_1) = \frac{\sigma}{\pi} T_1^4.$$

Si elles se coupent, nous avons approximativement la valeur de T_1 qui permet de satisfaire l'équation (72).

Mais si elles ne se coupent pas, il n'y a vraisemblablement pas de solution dans la région envisagée et à la profondeur optique choisie.

Avant de conclure négativement, il faut essayer plusieurs τ_1 .

Supposons donc que nous trouvons un point (T_1 , P_1) de l'adiabatique où les équations (72, 74, 75, 76 et 77) sont satisfaites. Il reste à satisfaire à (73) et (78).

(73) revient, nous l'avons vu, à (79 bis)

$$\frac{dB_R}{d\tau} (\tau = \tau_1) = \frac{dB_C}{d\tau} (\tau = \tau_1)$$

$\frac{dB_C}{d\tau}$ étant connu par la valeur fixée pour $1/B \frac{dB}{d\tau} = \alpha$

$$\frac{dB_C}{d\tau} (\tau = \tau_1) = \alpha \cdot B_C(\tau_1) = \alpha \frac{\sigma}{\pi} T_1^4.$$

Par suite, en *gardant fixe* τ_1 et en *faisant varier* α (ce qui entraîne une très légère variation de T_1), nous arrivons à satisfaire l'équation (73) relative à la condition de SCHWARZSCHILD.

Il nous suffit alors de vérifier si le choix arbitraire de τ_1 a été convenablement fait, c'est-à-dire si (78) est vérifiée

$$(78) \quad \tau_1 = \int_0^{P_1} \frac{\kappa dP}{g}$$

nous calculons alors la profondeur optique dans la zone radiative en utilisant les valeurs de b , Q , L_1 , L_{-1} , et g qui satisfont aux 6 premières équations. Nous trouvons alors que

$$\int_0^{P_1} \frac{\bar{\kappa} dP}{g} = \tau'_1.$$

Si τ'_1 est différent de τ_1 , le choix arbitraire de τ_1 ne convient pas et il faut recommencer les essais avec une autre profondeur optique τ_2 . Ceci entraîne une légère variation de b , Q , L_1 , L_{-1} , g , T_1 puisqu'il faut recommencer la résolution des 6 premières équations (72 à 77).

Pour réduire nos essais, nous avons tracé une courbe donnant τ'_1 en fonction de τ_1 . Le point où ces deux courbes se coupent donnera la profondeur optique τ_1 cherchée ; l'équation (78) sera satisfaite et nous aurons enfin trouvé un système de 7 paramètres : b , Q , L_1 , L_{-1} , g , T_1 , τ_1 , satisfaisant aux 7 équations définissant le raccord.

2. *Calcul de T_e* . — Le modèle défini par ces 7 paramètres sera entièrement déterminé si l'on peut avoir sa température effective T_e .

Le flux sortant à la surface de l'étoile est

$$(38) \quad F(\tau = 0) = \frac{\sigma}{\pi} T^4.$$

Sa connaissance permettra donc d'avoir T_e

$$(39) \quad \text{Or } F_+(\tau = 0) = 2 \int_0^1 I_+ \mu d\mu.$$

En utilisant pour $I_+(\tau, \mu)$ l'équation (63) nous trouvons la valeur de $F_+(\tau = 0)$ en fonction de b, Q, L_1 et L_{-1}

$$(40) \quad F_+(\tau = 0) = b \left[Q + \frac{2}{3} + \frac{2}{k} (L_1 - L_{-1}) + \frac{2}{k^2} (L_1 \text{Log } |1 - k| + L_{-1} \text{Log } |1 + k|) \right]$$

d'où T_e .

Nous avons donc trouvé, pour une atmosphère de composition chimique déterminée, un modèle de gravité g et de température T_e , qui, sous sa zone radiative superficielle, présente une zone convective en équilibre adiabatique. Nous allons maintenant étudier ce modèle de façon plus précise.

3. *Construction de modèles correspondant aux solutions algébriques trouvées pour le problème du raccord.* — Nous voulons étudier ici de façon plus précise la structure des deux zones radiative et convective (profondeur optique, géométrie, calcul du flux convectif...) et ensuite comparer ce modèle que nous appellerons RC à un modèle radiatif infini de même gravité, et de même température effective R_∞ .

1° Rappelons que la *zone radiative* est entièrement définie par les 4 constantes, b, Q, L_1 et L_{-1} déterminées au point de raccord. Nous connaissons donc $B(\tau)$ et $I(\mu, \tau)$ en chaque point. La pression P s'obtiendra en intégrant $dP = \int \frac{g}{\kappa} dP$.

Le gradient radiatif sera défini en chaque point par

$$\frac{d \log T}{d \log P} = \frac{\bar{\kappa} P}{4g} \frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau}.$$

Le gradient adiabatique s'obtiendra par interpolations des courbes tracées au chapitre II (tableaux 3 et 6).

Dès que l'inégalité de SCHWARZSCHILD est vérifiée

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{ad}} \leq \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{rad}}$$

la zone radiative devient instable et la zone convective commence.

2° La *zone convective* sera définie à l'aide de

$$S(P, \theta) = \text{Cste}$$

$$\tau - \tau_1 = \int_{P_1}^P \frac{\bar{\kappa} dP}{g}.$$

Le gradient adiabatique est connu exactement le long de l'adiabatique.

Le gradient radiatif s'obtient à partir de

$$dP = -g\rho dr$$

$$d(1/3 a T^4) = -\frac{\kappa L_r}{4\pi c^2} \rho dr = -\frac{\bar{\kappa} F_R}{c} \rho dr$$

soit

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{rad}} = \frac{L_r}{16\pi c r^2} \frac{1}{g} \frac{\bar{\kappa} P}{P_r}$$

Si la zone est suffisamment mince pour que nous puissions y considérer la gravité comme constante

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{rad}} = \alpha \frac{\bar{\kappa} P}{P_r}$$

la constante α étant déterminée exactement au point de raccord des deux zones où les deux gradients sont égaux.

Si la *zone convective est épaisse*, il faut tenir compte dans le calcul du modèle de la variation de gravité et intégrer le long de l'adiabatique les équations suivantes

$$dP = -g\rho dr$$

$$dM = 4\pi r^2 \rho dr$$

$$d(1/3 a T^4) = -\frac{\bar{\kappa} F_R}{c} \rho dr$$

$$P = \frac{k}{\mu \bar{H}} \rho T + \frac{1}{3} a T^4$$

l'expression du gradient radiatif devient alors

$$\frac{d \log T}{d \log P} = \frac{\alpha'}{g} \frac{\bar{\kappa} P}{P_r}$$

le flux total étant constant dans ces zones superficielles.

Pratiquement, ce calcul du gradient radiatif (exact seulement aux grandes profondeurs où l'on peut considérer $P_r = 1/3 a T^4$) a été très peu influencé par la variation de gravité dans les modèles que nous avons calculés $\left(\frac{\Delta g}{g} < \frac{2}{100}\right)$.

La *fin de cette zone convective* se produit en un point (θ_2, τ_2) où nous avons de nouveau l'égalité des 2 gradients

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{rad}}(\theta_2, \tau_2) = \left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{ad}}(\theta_2, \tau_2).$$

La différence $\tau_2 - \tau_1$ donne la profondeur optique de cette zone convective, la *profondeur géométrique* h sera obtenue en intégrant

$$dP = -g\rho dh$$

où ρ densité du mélange de gaz parfaits est reliée à la pression et à la température par l'équation des gaz parfaits

$$P_g = \frac{k}{\bar{\mu}H} \rho T$$

où $\bar{\mu}$ masse moléculaire moyenne, dépend de la concentration de chaque élément i , et du nombre de particules libres dues à l'élément i par unité de poids atomique.

Dans le cas d'une atmosphère d'hydrogène et d'hélium (15 % des atomes sont de l'hélium, 85 % de l'hydrogène).

Nous avons

$$\bar{\mu} = 1.4575 \frac{P_g - P_e}{P_g}$$

d'où

$$\rho = 1.4575 \frac{P_g - P_e}{R \cdot T}$$

Connaissant ρ en chaque point, la profondeur géométrique de la zone convective sera donc déterminée par intégrations numériques.

Calcul du flux convectif F_c .

Ce calcul ne peut se faire directement car $F_c = 0$ si la zone convective est en équilibre adiabatique.

Nous avons déjà vu que $F_c = C_p \rho u l \Delta \left(\frac{dT}{dh} \right)$

où u est la vitesse de l'élément turbulent,

l la « longueur de mélange »,

et $\Delta \left(\frac{dT}{dh} \right)$ la différence entre le gradient réel et le gradient adiabatique. Différence nulle dans le cas que nous étudions

$$\Delta \left(\frac{dT}{dh} \right) = 0 \quad \text{donc} \quad F_c = 0.$$

Ce flux convectif est pourtant très important si la zone est en équilibre adiabatique. Nous l'obtiendrons alors par différence entre le flux total constant et le flux radiatif que nous savons calculer en chaque point (τ, θ) à l'aide de la méthode d'approximation de STRÖMGREN [45]

$$F = \frac{\sigma}{\pi} T_e^4 - F_R$$

$$F_R = 2 \int_0^\infty B(t) K_2(t - \tau) dt - 2 \int_0^\tau B(t) K_2(\tau - t) dt$$

STRÖMGREN [45] suppose que si $B(t)$ peut se mettre sous la forme d'un polynôme, le flux $F(\tau)$ est une combinaison linéaire de ces fonctions $B(t)$

$$F_R(\tau) = h_1 B(\tau_1) + h_2 B(\tau_2) + h_3 B(\tau_3) + h_4 B(\tau_4)$$

les h_1, h_2, h_3, h_4 sont les poids correspondant aux profondeurs optiques $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$.

STRÖMGREN a tabulé tous ces coefficients pour $\tau \leq 3$. Mais pour le calcul de notre zone convective, nous avons besoin de valeurs du flux pour $\tau = 5, 10 \dots 60 \dots$: nous avons donc calculé les profondeurs optiques ($\tau_1, \tau_2 \dots$) et les poids correspondants $h_1, h_2 \dots$.

Dès que $\tau > 10$, les fonctions $K_n(\tau)$ peuvent être négligées. Nous trouvons alors des poids h_3 et h_4 respectivement égaux à h_1 et h_2 et des profondeurs optiques τ_3, τ_4 symétriques de τ_1 et τ_2 par rapport à τ .

Si $\tau > 10$, nous avons

$$F_R = 0.8839[B(\tau + 0.397) - B(\tau - 0.397)] + 0.1161[B(\tau + 2.723) - B(\tau - 2.723)]$$

$$\begin{aligned} h_1 &= h_3 = 0.8839 & \tau_1 &= \tau + 0.397 & \tau_2 &= \tau + 2.723 \\ h_2 &= h_4 = 0.1161 & \tau_3 &= \tau - 0.397 & \tau_4 &= \tau - 2.723 \end{aligned}$$

Calcul du 2^e raccord zone convective-zone radiative.

Au point (θ_2, τ_2) où de nouveau nous avons l'égalité des deux gradients finit la zone convective. Le flux convectif est nul et nous avons une zone radiative où le flux radiatif est constant. Les conditions à satisfaire en ce deuxième raccord sont les mêmes que celles du 1^{er} raccord zone radiative-zone convective.

Ce sont :

$$\text{l'égalité des températures } B_R(\tau_2) = B_C(\tau_2) \quad (1)$$

$$\text{égalité des gradients } \frac{dB_R}{d\tau}(\tau_2) = \frac{dB_C}{d\tau}(\tau_2) \quad (2)$$

et la continuité du flux se traduisant lorsque le raccord a lieu à grande profondeur par l'égalité des dérivées secondes

$$(3) \quad \frac{d^2 B_R}{d\tau^2}(\tau_2) = \frac{d^2 B_C}{d\tau^2}(\tau_2)$$

mais ici le modèle est fixé par la détermination de g et de T_e .

Nous n'avons plus la même souplesse que pour le calcul du premier raccord, et il est assez difficile de trouver une relation algébrique pour la fonction $B_R(\tau)$ dans la zone radiative. Nous avons au moins trois équations à satisfaire et si T_e, g et τ_2 sont fixés, $B_R(\tau)$ doit comporter au moins 3 paramètres.

Nous n'avons pas poussé plus loin l'étude de cette deuxième zone radiative, le calcul du deuxième raccord exigeant vraisemblablement que l'on recalcule le premier (variations de g et de T_e , entraînant celles de τ_2 sur l'adiabatique).

Calcul du modèle radiatif infini de même gravité et de même température effective que le modèle radiatif-convectif obtenu comme solution du problème du raccord.

Nous avons voulu finalement comparer notre modèle où la zone convective est en équilibre adiabatique avec un modèle de même gravité, de même température

effective, où la zone convective, si elle existe, est supposée être en équilibre radiatif.

Ce modèle R_{∞} sera calculé à l'aide de la deuxième approximation de CHANDRASEKHAR [10] où

$$\begin{aligned} b &= \frac{3}{4} F - \frac{3}{4} \frac{\sigma}{\pi} T_c^4 \\ Q &= 0.6940 \\ k &= 1.972 \\ L_1 &= -0.1167. \end{aligned}$$

En chaque point, la relation entre θ et τ sera

$$\log \theta = 3.734 - \log T_c - 1/4 \log (\tau + Q + L_1 e^{-k\tau})$$

la pression P sera obtenue par intégration numérique de

$$\tau = \int_0^P \frac{\bar{\kappa} dP}{g}.$$

Nous connaissons les gradients radiatif et adiabatique en chaque point et nous pouvons donc comparer les deux modèles :

température de surface θ_0 et rapport $\frac{\theta_c}{\theta_0}$,

répartition des températures dans l'atmosphère,

début de l'instabilité radiative,

profondeur de la zone convective.

IV. CALCULS NUMÉRIQUES.

A) ÉTUDE D'UNE ATMOSPHÈRE COMPOSÉE D'HYDROGÈNE PUR.

Nous avons d'abord supposé que la composition chimique de l'atmosphère se réduisait au seul élément hydrogène. Dans ce cas, nous avons repris les calculs de CAYREL [8], qui, bien que les conditions qu'il imposait au point de raccord des deux zones radiative et convective soient moins restrictives que les nôtres ($2n + 2$ équations, $2n + 3$ inconnues), n'avait pu trouver de modèle, dont la zone convective puisse se représenter aussitôt le raccord, par l'adiabatique $S/k\mathcal{N} = 4$. La recherche de ces solutions exigeait de longs calculs et CAYREL ne les avait entrepris que pour cette seule valeur de l'entropie.

Devant cet insuccès, nous avons voulu nous éviter de trop longs essais : construction de nombreuses adiabatiques avant de trouver une solution sur l'une d'entre elles ; recherche de ces solutions exigeant le calcul de nombreuses zones convectives et des zones radiatives correspondantes.

Nous avons donc recherché si l'on ne pouvait trouver *approximativement* des régions du plan ($\log T$, $\log P_c$) plus favorables que d'autres au raccord d'une zone radiative et d'une zone convective en équilibre adiabatique.

I. Conditions « *optima* » de raccord.

La convection, nous l'avons vu, peut apparaître dans la zone d'instabilité due à l'ionisation de l'hydrogène $\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \text{ devient inférieur à } 0.4 \right)$. Sur une adiabatique, les seuls points à examiner sont donc ceux de la région où l'hydrogène s'ionise. Mais cette zone est très étendue. Ainsi sur l'adiabatique $S/kN = 21.36$

$$\begin{aligned} x_H &\simeq 0.75 \text{ pour } \log T = 4.25 & \log P_e &\simeq 5.75 \\ x_H &\simeq 0.18 \text{ » } \log T = 3.90 & \log P_e &\simeq 1.40. \end{aligned}$$

Cette limitation est donc trop large.

Nous avons vu précédemment (III, 13) que la condition de continuité du flux pouvait se représenter approximativement lorsque le raccord radiatif-convectif a lieu à de grandes profondeurs par la relation

$$(1) \quad \frac{d^2 B_G}{d\tau^2} = 0.$$

Si le raccord se fait à de faibles profondeurs, nous pouvons supposer que les solutions sont voisines des points définis par la relation (1). Or, nous connaissons $\frac{d^2 B}{d\tau^2}$ dans la zone adiabatique

$$(2) \quad \frac{d^2 B_G}{d\tau^2} = \frac{g}{\bar{\kappa} P} \frac{d\tau}{dB} \left[4 \frac{\gamma-1}{\gamma} - 1 - \frac{d \log \bar{\kappa}}{d \log P} + \frac{d \log \frac{\gamma-1}{\gamma}}{d \log P} \right].$$

La relation (1) entraîne

$$(3) \quad 4 \frac{\gamma-1}{\gamma} - 1 - \frac{d \log \bar{\kappa}}{d \log P} + \frac{d \log \frac{\gamma-1}{\gamma}}{d \log P} = 0.$$

Cette dernière quantité est facile à évaluer puisque nous avons calculé des tables de $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ et de $\log P$ en fonction de $\log T$ et de $\log P_e$ et qu'il existe d'autre part des tables de coefficients d'absorption.

a) *Données utilisées.* — $\log P$: nous avons vu (II, 4_A) que dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur, nous négligeons la pression de radiation devant la pression gazeuse. La pression P intervenant est en fait P_g que nous connaissons (en fonction de $\log T$ et $\log P_e$) (II, table 2).

$\log \bar{\kappa}$: nous avons utilisé pour $0.30 < \theta < 1$ les tables de coefficients de STRÖMGREN [44], et pour $\theta < 0.30$ celles de J. C. PECKER [25].

Ces deux séries de coefficients d'absorption ne sont pas calculées de façon identique: STRÖMGREN utilise des données relatives à l'ion négatif hydrogène reconnues depuis inexacts. De plus, il néglige la diffusion, prenant la moyenne de ROSSELAND seulement sur κ_v ce qui donne le coefficient moyen $\bar{\kappa}$ pour une

atmosphère grise. J C PECKER utilise les données de CHANDRASEKHAR et BREEN [11] pour H^- et de plus tient compte de la diffusion, prenant la moyenne de ROSSELAND sur $\kappa_\nu + \sigma$. Heureusement, dans la zone $\theta = 0.3$ où il faut raccorder ces deux tables, l'ionisation de l'hydrogène est pratiquement totale : $\frac{P}{P_e} \simeq 2$ et σ peut être considéré comme constant $\sigma = 0,396$. Nous pouvons alors grossièrement comparer $\overline{\kappa} + \sigma$ et $\overline{\kappa} + \sigma$. En fait, le calcul des modèles exigeant l'emploi d'une seule table est assez précis. La détermination du point de raccord est beaucoup plus imprécise pour les modèles dont le calcul exige l'emploi des deux tables.

b) *Méthode employée.* — Les dérivées $d \log \overline{\kappa}$, $d \log P$, $d \log \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)$ ont été obtenues par différenciation numérique des tableaux correspondants.

Les deux variables indépendantes choisies étant $\log T$ et $\log P_e$, nous avons dérivé les tableaux successivement par rapport à θ et $\log P_e$ ce qui a fourni les dérivées partielles correspondantes

$$\begin{array}{ll} \frac{\partial \log P}{\partial \log P_e} \dots\dots & \text{par rapport à } \log P_e \\ \frac{\partial \log P}{\partial \theta} \dots\dots & \text{par rapport à } \theta \end{array}$$

nous avons finalement

$$d \log P = \frac{\partial \log P}{\partial \log P_e} d \log P_e + \frac{\partial \log P}{\partial \theta} d\theta$$

et de même pour $d \log \overline{\kappa}$ et $d \log \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)$.

c) *Résultats.* — Nous avons rassemblé dans le tableau I les valeurs de

$$4 \frac{\gamma-1}{\gamma} - 1 + \frac{d \log \frac{\gamma-1}{\gamma}}{d \log P} - \frac{d \log \overline{\kappa}}{d \log P}$$

$\log T \backslash \log P_e$					
		2	2.5	3	3.5
—	—	—	—	—	—
3.95	—	— 1.643	— 1.641	— 1.955	— 2.629
4.00	—	— 1.255	— 1.298	— 1.357	— 1.741
4.05	—	+ 0.700	— 0.574	— 1.122	— 1.388
4.10	—	+ 2.325	+ 1.590	+ 0.290	— 0.746
4.15	—		+ 2.336	+ 2.129	+ 1.213

Nous avons tracé dans le plan $(\log T, \log P_e)$ le lieu des points où $\frac{d^2 B}{d\tau^2} = 0$. Cette courbe se trouve être sensiblement une droite D.

Nous supposons d'abord que les solutions du problème du raccord, si elles existent, se trouvent être des points du plan $(\log T, \log P_e)$ situés au voisinage de cette droite, nous réservant de discuter cette limitation par la suite.

II. Calcul algébrique du raccord.

Nous avons donc choisi un point de D ($\log T = 4.032$, $\log P_e = 2$), calculé l'entropie $S/k\mathcal{R} = 37.76$, puis construit l'adiabatique correspondante (interpolation graphique des courbes S tracées, puis calcul de l'entropie aux points trouvés, et nouvelle interpolation).

Le long de cette adiabatique, nous avons calculé le coefficient d'absorption $\bar{\kappa}$ et intégré numériquement $\int \bar{\kappa} dP$, à partir d'une profondeur optique arbitraire.

Les solutions ont été recherchées par la méthode exposée précédemment (chapitre III) au voisinage du point choisi sur la courbe D ; la gravité g a été fixée arbitrairement par le choix de τ_1 et de T_1

$$g = \frac{\bar{\kappa}_1 P_1}{4 \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)_1} \left(\frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau} \right)_{\tau=\tau_1}$$

nous avons cherché à satisfaire aux 6 premières équations : égalité des intensités sortantes, des fonctions sources et des gradients.

Nous avons laissé τ_1 fixe, et fait varier T_1 et $\alpha = \left(\frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau} \right)_{\tau_1}$.

La construction des deux courbes $B_{\text{ex}}(\tau)$ et $B_{\text{cal}}(\tau)$ nous a permis de déterminer la température T_1 pour laquelle, à la profondeur *arbitraire* τ_1 , les 6 premières équations étaient satisfaites.

Nous avons ensuite fait varier τ_1 , ce qui entraînait des variations correspondantes des autres inconnues, g , T_1 , b , Q , L_1 , L_{-1} , et plusieurs séries de calculs. Finalement le tracé des courbes τ_{ex} et τ_{cal} en fonction de $\log g$ nous a fixé la profondeur optique du raccord.

Nous avons trouvé sur l'adiabatique $\frac{S}{k\mathcal{R}} = 37.76$, 1 *seul point* satisfaisant aux 7 équations : il y a donc un seul modèle dont la zone convective peut être représentée par cette adiabatique.

Ce modèle est caractérisé par sa gravité, sa température effective, les valeurs de b , Q , τ_1 , L_1 et L_{-1} qui sont respectivement

$$\left\{ \begin{array}{l} \log g = 3.030 \\ \log T_e = 4.040 \\ \tau_1 = 0.2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 2.153 \cdot 10^{11} \\ Q = 0.709 \\ L_1 = -0.116 \\ L_{-1} = -0.0344 \end{array} \right.$$

nous étudierons ce modèle en détail, plus loin.

Ensuite, nous avons construit les adiabatiques

$$S/k\mathfrak{N} = 33.80 ; 29.42 ; 25.07 ; 21.36$$

et recherché les solutions de la même façon sur chacune d'entre elles. Nous avons encore trouvé sur chaque adiabatique *une seule solution*. Il existe donc un seul modèle dont la zone convective puisse être représentée par une adiabatique donnée avec toutefois des limitations pour la valeur de l'entropie le long de l'adiabatique :

si $\frac{S}{k\mathfrak{N}} < 20$ nous trouvons $\log g > 10$, ce sont des modèles de naines blanches qui ne sont vraisemblablement pas physiquement réels. Ceci explique d'ailleurs pourquoi CAYREL choisissant l'adiabatique $\frac{S}{k\mathfrak{N}} = 4$ ne pouvait trouver de solutions aux gravités usuelles.

Nous n'avons pas recherché quelles étaient les valeurs limites de l'entropie du côté des supergéantes, vraisemblablement de l'ordre de 45, la gravité variant très vite avec la valeur de l'entropie.

Nous avons réuni dans le tableau ci-dessous les données relatives aux solutions trouvées.

$S/k\mathfrak{N}$	$\log g$	$\log T_e$	τ_1	$\log T_1$	$\neq x_H$
37.76	3.030	4.040	0.20	3.991	0.90
33.80	4.573	4.078	0.20	4.034	0.82
29.42	6.378	4.149	0.245	4.111	0.78
25.07	8.104	4.213	0.35	4.198	0.80
21.36	9.595	4.266	0.40	4.250	0.77

Dans le plan ($\log g$, $\log T_e$), les points représentant ces modèles se trouvent sensiblement sur une droite traversant presque verticalement la série principale au niveau des étoiles A.

Toutes les *solutions trouvées se situent en fin d'ionisation de l'hydrogène* (x_H de l'ordre de 0.85) alors que dans le cas des modèles solaires calculés par STRÖMGREN [44] et RUDKJØBING [33], l'instabilité radiative commençait au début de l'ionisation de l'hydrogène.

$$\theta = 0.828 \quad \log P_e = 1.65 \quad x_H \simeq 4.10^{-4} \quad \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 0.39$$

nous nous sommes alors demandé :

a) si la condition $\frac{d^2 B}{d\tau^2} = 0$ n'était pas trop restrictive ;

b) si cette dernière condition n'était pas calculée dans un domaine trop

restreint de températures et de pressions, limitant la courbe représentative de $\frac{d^2B}{d\tau^2} = 0$ à une seule droite.

C'est pourquoi nous avons recherché, par essais successifs, s'il ne pouvait exister sur une adiabatique une solution correspondant au début de l'ionisation de l'hydrogène.

Après un essai négatif sur l'adiabatique $\frac{S}{k\varpi} = 21,36$ qui nous conduisait pour $\log T_1 = 3,85$ à des gravités de l'ordre de 20, nous avons dû abandonner cette adiabatique qui conduisait rapidement, pour des températures un peu plus basses, à des gravités inférieures à 1.

Nous avons alors étudié les adiabatiques $\frac{S}{k\varpi} = 9$, puis $\frac{S}{k\varpi} = 4$. La première est très voisine de celle qui correspondrait au modèle solaire si la zone convective devenait en équilibre adiabatique dès l'apparition de l'instabilité (modèles STRÖMGREN [44] et RUDKJØBING [32]) la deuxième est celle qu'avait choisie CAYREL pour ses investigations.

Nous n'avons trouvé de solution sur aucune d'entre elles. Ainsi sur $\frac{S}{k\varpi} = 9$, fixant arbitrairement $\tau = 1$, nous n'avons pu satisfaire aux 6 premières équations : les deux courbes B_{cal} et B_{ex} (ou θ_{cal} et θ_{ex}) construites comme précédemment (chapitre III) sont sensiblement parallèles et très voisines.

Les essais ont été faits jusqu'à $\log T = 3.60$ en utilisant, par raison d'homogénéité, les coefficients d'absorption de H- des tables de STRÖMGREN [44], coefficients que l'on sait être inexacts d'après les travaux de CHANDRASEKHAR et BREEN [11]. Si la valeur de τ_1 devient plus élevée, les 2 courbes B_{ex} et B_{cal} se rapprochent et finissent par être tangentes (pour $\tau_1 = 3$, $\theta = 0.895$), mais il est alors impossible de vérifier la 7^e équation $\int \frac{\bar{\kappa} dP}{g}$ qui conduirait à des profondeurs optiques plus faibles ($\tau < 3$).

En admettant que toute la zone convective soit exactement en équilibre adiabatique, il semble *impossible de trouver, pour des étoiles de type solaire, un raccord exact d'une zone radiative et d'une zone convective dans la région où l'hydrogène commence à s'ioniser.*

Les modèles obtenus en raccordant immédiatement une adiabatique, au point où commence l'instabilité radiative le long d'un modèle radiatif infini, sont inexacts (RUDKJØBING [30]), la continuité du flux n'est pas satisfaite puisqu'on ne tient aucun compte de l'influence perturbatrice de la zone convective.

Cependant, ces résultats ont été obtenus pour une atmosphère composée

d'hydrogène pur, alors que dans l'atmosphère solaire, il faut tenir compte de la présence de métaux et surtout de leur ionisation très importante vers $\theta = 1$ $\log P_e = 2$.

Nous n'avons pu entreprendre de calculs précis dans ce cas, ne disposant pas de tables d'entropie pour une telle composition chimique de l'atmosphère. Nous ne pensons pas, toutefois, que l'introduction d'une si petite quantité de métaux ($\log A = 3$ ou 4), puisse permettre l'existence d'un raccord exact dans la zone où

$$\frac{x_M}{A} \neq x_H \simeq 10^{-4}$$

(x_M degré d'ionisation moyen des métaux).

III. Construction des modèles correspondant aux solutions trouvées.

Nous avons trouvé qu'il existe un seul modèle dont la zone convective est représentée par une adiabatique donnée $\left(\frac{S}{k\vartheta\chi} \text{ compris entre } 20 \text{ et } 50 \right)$, nous allons maintenant étudier ce modèle. Il est entièrement défini par :

- sa composition chimique (H pur) ;
- sa gravité ;
- sa température effective.

Sa zone radiative est déterminée à l'aide des coefficients b , Q , L_1 , L_{-1} , trouvés au point de raccord ; sa zone convective par l'adiabatique choisie. Si nous prenons dans le tableau (IV, 2) le modèle le plus voisin de la série principale

$$\begin{cases} \log g = 4.573 \\ \log T_e = 4.078 \end{cases}$$

pour

$$0 < \tau < 0.2 \quad B_R = 3.130 \cdot 10^{11} [\tau + 0.700 - 0.116 e^{-k\tau} - 0.0146 e^{k\tau}]$$

pour

$$\tau > 0.2 \quad S/k\vartheta\chi = 33.80.$$

Le gradient adiabatique s'obtient en chaque point en appliquant la formule donnée par UNSÖLD [55]

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{ad} = \frac{2 + x(1-x) \left(\frac{5}{2} + \frac{\chi}{kT} \right)}{5 + x(1-x) \left(\frac{5}{2} + \frac{\chi}{kT} \right)^2}.$$

Le gradient radiatif est

dans la zone radiative

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{rad} = \frac{\bar{\kappa} P}{4g} \frac{1}{B} \frac{dB}{d\tau}$$

dans la zone adiabatique

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{rad} = \alpha \frac{\bar{\kappa} P}{P_r}.$$

La limite inférieure τ_2 de la zone convective est déterminée par la nouvelle égalité des gradients en ce point.

Voici résumées dans un tableau les caractéristiques de ce modèle.

τ	$\log T$	$\log Pg$	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{ad}$	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{rad}$	
—	—	—	—	—	
0.	3.977	—			
0.02	4.003	—	.091	.013	
.05	4.008	2.566	.094	.042	
.10	4.017	2.715	.098	.085	zone radiative
.15	4.026	2.819	.104	.092	
.20	4.035	2.880	0.109	.109	
.30	4.051	3.00	.120	.154	
.40	4.060	3.074	.129	.182	
.50	4.068	3.137	.138	.207	
.60	4.077	3.190	.149	.232	
.70	4.080	3.237	.152	.239	
.80	4.085	3.280	.158	.252	zone convective
.90	4.091	3.320	.166	.269	$S/kN = 33.80$
1.00	4.096	3.355	.174	.280	
1.20	4.107	3.414	.190	.290	
1.40	4.118	3.463	.208	.287	
1.6	4.129	3.512	.214	.279	
1.8	4.140	3.546	.248	.265	
2.0	4.152	3.595	.270	.246	
2.2	4.164	3.633	.299	.225	zone radiative
2.4	4.176	3.678	.328	.204	(mais points encore sur
2.6	4.188	3.720	.359	.182	l'adiabatique).

La zone convective est très étroite, sa profondeur optique n'est que de $\tau_2 - \tau_1 = 1.7$ environ.

Or, pour la détermination algébrique du point de raccord, nous avons implicitement supposé que la profondeur optique de la zone convective était au moins de 3 : le calcul de l'intensité sortante $I(\mu_2)$ exigeant de connaître la valeur de la fonction source pour

$$\tau - \tau_1 = 2.939$$

$$I(\mu_2) = 0.854 B(\tau - \tau_1 = 0.505) + 0.146 B(\tau - \tau_1 = 2.939).$$

Nous devons donc nous demander si les calculs algébriques fournissant cette solution sont encore exacts : $B(2.939)$ a été pris dans la zone convective alors qu'il est déjà dans la zone radiative.

Heureusement que dans le calcul de $I(\mu_2)$, le poids de $B(2.939)$ est le plus

faible (0.146). Enfin la comparaison de la distribution des températures dans deux modèles de mêmes gravité et température effective, mais dont la zone convective est, soit en équilibre radiatif (modèle R_∞), soit en équilibre adiabatique (modèle RC), montre que les températures sont très voisines au voisinage du raccord et ne s'écartent beaucoup qu'aux grandes profondeurs. Mais même si nous admettons que *l'étroitesse de cette zone convective influe peu sur la détermination algébrique du point de raccord*, nous pensons qu'*elle influe beaucoup sur l'exactitude de notre hypothèse de base : zone convective en équilibre adiabatique*. Dans une zone convective si mince, il est difficile d'admettre que les mouvements turbulents deviennent si rapidement importants qu'ils transportent la plus grande partie du flux total : aussi *l'équilibre de la zone convective sera vraisemblablement beaucoup plus proche de l'équilibre radiatif que de l'équilibre adiabatique*.

Cependant, avant de conclure, nous avons voulu étudier d'autres modèles de gravité plus faible, ou plus élevée, pour voir l'importance de la variation de gravité sur la profondeur de la zone convective ; nous avons pris les deux modèles

$$\begin{array}{ll} \text{I} \left\{ \begin{array}{l} \log g = 3.030 \\ \log T_e = 4.040 \end{array} \right. & \text{relatif à l'adiabatique } S/k\mathcal{U} = 37.76 \\ \text{II} \left\{ \begin{array}{l} \log g = 9.595 \\ \log T_e = 4.266 \end{array} \right. & \text{relatif à l'adiabatique } 21.36. \end{array}$$

Ce dernier modèle étant déjà un modèle de naines blanches (gravité voisine de VAN MAANEN 2).

MODÈLE I

τ	$\log T$	$\log P$	y_a	y_r
0	3.955		0.103	
0.02	3.959	1.320	.102	.018
.05	3.965	1.610	.101	.039
.10	3.975	1.778	.102	.068
.20	3.991	1.961	.100	.109
0.30	4.003	2.007	.116	.154
.40	4.012	2.145	.130	.182
.50	4.018	2.205	.139	.200
0.75	4.035	2.325	.167	.237
1.	4.051	2.415	.196	.264
1.25	4.067	2.490	.227	.276
1.50	4.083	2.550	.260	.272
1.75	4.098	2.615	.292	.246

MODÈLE II

τ	log T	log P	y_a	y_r
0	4.186			
0.02	4.191	5.420		.031
.05	4.197	5.647	.131	.053
.1	4.207	5.845	.135	.084
.2	4.224	6.000	.140	.122
.3	4.238	6.080	.146	.139
.4	4.250	6.128	.150	.150
.5	4.262	6.195	.157	.163
0.75	4.283	6.335	.166	.186
1.	4.300	6.450	.175	.210
1.25	4.314	6.520	.182	.238
1.50	4.327	6.574	.188	.265
1.75	4.338	6.630	.194	.281
2.00	4.347	6.680	.199	.280
2.25	4.358	6.720	.204	.274
2.50	4.368	6.765	.208	.264
2.75	4.379	6.802	.216	.252
3.00	4.389	6.84	.222	.240
3.25	4.399	6.88	.227	.228
3.50	4.409	6.91		

Dans le premier modèle étudié, la profondeur de la zone convective est de $\tau = 1.6$ environ, alors que dans le deuxième de gravité beaucoup plus élevée, la profondeur devient de l'ordre de 3. Dans ce dernier cas, il n'y a plus d'incertitude sur la détermination algébrique du point de raccord, cependant il est difficile d'affirmer que sa profondeur optique est suffisante pour que l'équilibre adiabatique y soit réalisé. N'ayant pas étudié la détermination du 2^e raccord, il est difficile d'entreprendre le calcul du flux radiatif dans la zone convective à l'aide de la méthode de STRÖMGREN [45] ce qui aurait pu donner des indications sur le flux convectif transporté. D'autre part, nous n'avons aucun critère de l'état d'équilibre de la zone convective : la formule de RAYLEIGH-JEFFREYS [27] donne tout juste la condition pour que, lors de l'instabilité radiative, naissent de forts courants de convection, qui seront peut-être turbulents ; elle ne suppose rien sur l'équilibre de la région turbulente.

IV. Conclusion.

Dans le cas d'une atmosphère composée uniquement d'hydrogène, il semble peu probable que la zone convective puisse être immédiatement en équilibre adiabatique.

En particulier, nous pensons que dans le cas solaire il existe une zone intermédiaire où l'état d'équilibre, d'abord voisin de l'équilibre radiatif, devient finalement adiabatique aux grandes profondeurs. Nous en discuterons plus longuement au chapitre V, A, avec alors une composition chimique un peu différente (introduction d'hélium dans la composition de l'atmosphère).

B) ATMOSPHERE COMPOSÉE D'HYDROGÈNE ET D'HÉLIUM.

Dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur, nous avons vu qu'il était possible de trouver des modèles dans lesquels la zone radiative superficielle se raccordait exactement avec une zone convective en équilibre adiabatique. L'instabilité radiative apparaissait dans la zone d'ionisation de l'hydrogène. Nous nous sommes alors demandé si l'introduction d'hélium dans la composition chimique de l'atmosphère pouvait entraîner l'existence d'autres zones d'instabilité dans les régions où He I, puis He II s'ionisent.

La composition chimique de l'atmosphère a été choisie analogue à celle qu'UNSÖLD avait déterminée pour τ Scorpii.

Soit en nombre d'atomes : 15 % d'hélium ; 85 % d'hydrogène.

Les potentiels d'ionisation de H, He I et He II sont respectivement de 13,54 volts, 24,46 volts et 54,14 volts. Ils sont suffisamment différents pour que les 3 ionisations se fassent dans des domaines différents ; la recherche des solutions en sera facilitée.

L'hélium s'ionisant à des températures élevées, nous avons tenu compte dans nos calculs de la pression de radiation P_r . Nous l'avons prise partout égale à $1/3 aT^4$ bien que cela ne soit rigoureusement vrai que dans une enceinte en équilibre thermodynamique. Cette approximation est suffisante sauf au voisinage de la surface du modèle où nous savons que $P_r(\tau = 0) = 0$ alors que la température T_0 donnerait $P_r(\tau = 0) = \frac{1}{3} aT_0^4$. Cependant l'introduction dans le calcul du modèle de la variation de P_r avec z sous la forme proposée par A. B. UNDERHILL [51] compliquait inutilement le calcul du raccord qui se fait à des profondeurs optiques assez grandes. La pression P intervenant dans nos calculs sera donc la pression totale

$$P = P_g + P_r.$$

L'entropie S/k sera la somme des entropies dues aux particules et au rayonnement — le gradient adiabatique en sera donc modifié. Nous avons déjà tabulé dans le chapitre II les valeurs de l'entropie S/k en fonction de θ et de $\log P_e$,

ainsi que les valeurs du gradient adiabatique le long de 4 adiabatiques choisies pour nos essais :

($S/k = 160, 150, 145, 131,6$) (tables 6, 7, 8, 9 et 10).

Nous disposons des coefficients d'absorption de E. VITENSE calculés également dans le cas d'une atmosphère de même composition chimique que τ Scorpii, ce sont des coefficients « gris » $\bar{\kappa} + \sigma$ étant la moyenne de ROSSELAND de $\kappa + \sigma$.

I. Recherche des solutions algébriques.

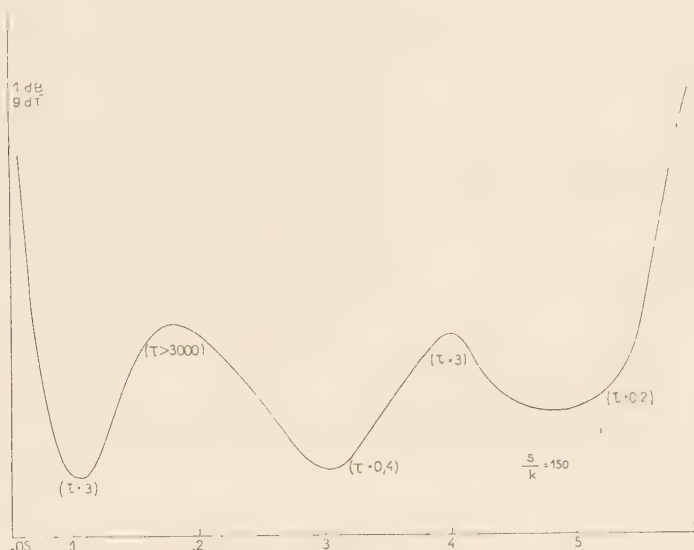


FIG. 2. — Variation de $\frac{1}{g} \frac{dB}{d\tau}$ en fonction de θ le long de l'adiabatique $\frac{S}{k} = 150$.

Nous avons repris la même série de calculs que dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur.

Cependant la condition approximative $\frac{d^2B}{d\tau^2} = 0$ n'a pu être calculée dans tout le plan ($\log T, \log P_e$) car elle exigeait un tableau serré de valeurs de $\frac{\gamma - 1}{\gamma}$ et ces calculs de $\frac{d \log T}{d \log P}$ auraient vraisemblablement été plus longs que les essais nécessaires à l'obtention des solutions. Nous nous sommes bornés à tabuler le long de l'adiabatique étudiée la quantité

$$\frac{1}{g} \frac{dB}{d\tau} = 1 \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{1}{\bar{\kappa} P} B.$$

Les solutions étant vraisemblablement voisines des minima et des maxima de cette fonction (fig. 2).

Ces premiers essais ont été faits sur l'adiabatique $S/k = 150$ que nous avons

déterminée avec précision ($P, \theta, \bar{x}, \frac{\gamma-1}{\gamma}$ calculé en chaque point). Les solutions ont été recherchées par la méthode exposée plus haut (chapitre III). Nous avons d'abord satisfait les 6 premières équations (III, 72 à 77) en nous fixant arbitrairement la profondeur optique du point de raccord, ceci nous a permis d'explorer l'adiabatique et de construire la courbe $\Delta B = B_{\text{ex}} - B_{\text{cal}}$ en fonction de θ

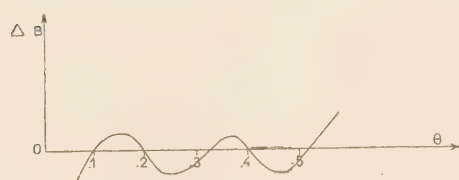


FIG. 3. — Variation de $\Delta B = B_{\text{ex}} - B_{\text{cal}}$ en fonction de θ le long d'une adiabatique.

(Rappelons que $B_{\text{exact}} = \frac{\sigma}{\pi} T_1^4$; B_{cal} est la valeur de la fonction source; $B = b(\tau + Q + L_1 e^{-k\tau} + L_{-1} e^{k\tau})$ calculée en donnant aux constantes, b, Q, L_1 et L_{-1} les valeurs déterminées en résolvant les 6 premières équations.)

Nous voyons donc cinq possibilités de solution puisqu'en ces points, 6 des 7 équations

sont satisfaites. La résolution de la 7^e équation $\tau_1 = \int \frac{\bar{x} dP}{g}$ nous indiquera quels sont les points donnant effectivement les solutions du raccord des 2 zones ($R - C = A$).

1. L'étude de la région environnant le point $\theta = 0,53$ nous conduit à la première solution

$$\tau_1 = 0,2 \quad \theta_1 = 0,53 \quad \begin{cases} \log g = 2,943 \\ \log T_e = 4,035 \end{cases}$$

qui correspond à la fin de l'ionisation de l'hydrogène $\xi_{\text{H}} = 0,850$.

Cette solution est du même type que celle trouvée dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur.

2. Pour $\theta_1 = 0,40$ nous trouvons une solution plus profonde $\tau = 4$ (le point θ_1 se trouve alors exactement au maximum de la courbe $\frac{1}{g} \frac{dB}{d\tau}$). Cette solution correspond aux débuts de l'ionisation de l'hélium I

$$\xi_{\text{H}}' = 0,992 \quad \xi_{\text{He}}' = 0,018 \quad \xi_{\text{He}}^2 = 0.$$

(Les $\xi_{\text{H}}, \xi_{\text{He}}^1, \xi_{\text{He}}^2$ étant respectivement les degrés d'ionisation de l'hydrogène, de l'hélium I, de l'hélium II.)

3. Pour $\theta_1 = 0,325$ existe une solution superficielle $\tau = 0,5$ correspondant à la fin de l'ionisation de l'hélium.

$$\xi_{\text{H}}' = 0,998 \quad \xi_{\text{H}}' = 0,500 \quad \xi_{\text{H}}^2 = 0.$$

4. Autour de $\theta_1 = 0,20$ nous n'avons jamais pu arriver à satisfaire la 7^e équation, les 6 autres l'étant déjà : chaque fois la profondeur optique choisie

est trop faible, et les calculs ont pourtant été faits pour $\tau = 1,5 ; 3 ; 7 \dots ; 100 ; 1\ 000$ et $3\ 000$.

$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\tau_{\text{ex}} - \tau_{\text{cal}}}{\tau}$ va en diminuant et n'est plus égal qu'à $\frac{1}{20}$ pour $\tau = 3\ 000$.

D'ailleurs à ces grandes profondeurs optiques : 100, 1 000, 3 000, la relation $\frac{d^2B}{d\tau^2} = 0$ est sûrement vérifiée au point de raccord. La condition de continuité du flux revient donc à chercher le maximum (ou le minimum) de la fonction $\frac{1}{g} \frac{dB}{d\tau}$ le long de l'adiabatique étudiée. La température θ_1 du point de raccord est ainsi parfaitement déterminée alors que nous n'avons pu déterminer sa profondeur optique soit parce que la zone radiative est encore plus profonde ($\tau_1 > 3\ 000$) soit parce que le modèle calculé en supposant la gravité constante est inexact.

5. Enfin pour $\theta_1 = 0,102$ nous avons trouvé une solution algébrique située à la fin de l'ionisation de l'hélium II.

$$\xi'_H = 1 \qquad \xi'_{He} = 0,185 \qquad \xi^2_{He} = 0,815.$$

La profondeur optique du raccord radiatif-adiabatique est de 3. Dans le tableau ci-dessous nous avons résumé les résultats relatifs à cette adiabatique.

θ_1	τ_1	$\log P_1$	$\log \bar{x}_1$	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{ad}}$	ξ^1_H	ξ^1_{He}	ξ^2_{He}
—	—	—	—	—	—	—	—
0.530	0.2	2.058	0.400	0.122	0.850	$3.3 \cdot 10^{-8}$	0
.400	4	2.722	0.472	.254	.992	0.018	0
.325	0.4	3182	0.501	.154	.998	0.500	0
.200	3000	?	—	—	—	—	ordre 10^{-5}
.102	3	5.295	0.765	.249	1.	0.185	0.815

La gravité et la température effective des modèles correspondants étant

θ_1	$\log g$	$\log T_e$
—	—	—
0.530	2.943	4.035
0.400	2.527	3.966
0.325	3.902	4.208
0.102	5.480	4.579

Nous discuterons ensuite ces *résultats qui ne sont ici que de simples résultats algébriques*.

Après l'adiabatique $S/k = 150$, nous avons étudié successivement les adia-

batiques $S/k = 160, 145$ et $131,6$, et trouvé sur chacune d'entre elles 4 solutions du même type que celles trouvées sur l'adiabatique $S/k = 150$. Nous avons résumé ces résultats dans le tableau ci-dessous laissant en blanc les solutions dont la détermination précise était dépourvue d'intérêt (voir la discussion).

$S/k = 160$	θ_1	τ_1	$\log g$	$\log T_e$
	—	—	—	—
	0.548	0.20	2.427	4.005
	0.410	4.	2.010	3.956
	0.335	0.5	3.265	4.182
	$\simeq 0.11$	$\simeq 3$	—	—

Nous avons calculé cette adiabatique que de $\theta = 0.18$ à $\theta = 0.40$, la solution correspondant à l'ionisation de l'hydrogène n'a donc pas été calculée, celle correspondant à l'ionisation de l'hélium II non plus.

$S/k = 145$	θ_1	τ_1	$\log g$	$\log T_e$
	—	—	—	—
	0.387	4	3.001	3.986
	320	0.40	4.277	4.219
	—	—	—	—
$S/k = 131,6$	0.460	0.2	4.555	4.078
	0.360	3	4.276	4.039
	0.283	0.50	5.538	4.254
	—	—	—	—

Nous avons donc trouvé dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium qu'il existe quatre modèles différents dont la zone convective puisse être représentée par une même adiabatique (Avec vraisemblablement des limitations dans la valeur de l'entropie.) Nous allons maintenant étudier plus précisément ces modèles.

II. *Étude des modèles correspondants aux solutions algébriques trouvées.*

Nous allons dans ce qui suit grouper les solutions de même caractère sur les quatre adiabatiques étudiées :

- a) l'instabilité commence à la fin de l'ionisation de l'hydrogène ;
- b) l'instabilité commence au début de l'ionisation de l'hélium I ;
- c) l'instabilité commence à la fin de l'ionisation de He I ;
- d) l'instabilité commence à la fin de l'ionisation de He II.

a) *Étude des modèles où le raccord zone radiative-zone convective se place dans la région où l'hydrogène est fortement ionisé $\xi_H \simeq 0.8$.*

Nous commencerons d'abord par le modèle I $\begin{cases} \log g = 2.943, \\ \log T_c = 4.035, \end{cases}$

trouvé comme solution sur l'adiabatique $S/k = 150$.

La zone radiative est définie par

$$B = 1.817 \cdot 10^{11} [\tau + 0.695 - 0.117 e^{-k\tau} - 0.00346 e^{k\tau}].$$

La zone convective représentée par l'adiabatique $S/k = 150$ à sa profondeur déterminée par la nouvelle égalité des gradients radiatif et adiabatique.

τ	θ	$\log P_g$	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{rad}}$	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{ad}}$	
0	0.578	—	0	105	
0.01	.575	1.19		106	
.02	.572	1.35		107	zone radiative
.05	.564	1.64	.041	110	
.10	.556	1.84	.068	113	
.15	.541	1.96	100	118	
.20	.530	2.068	122	122	
.30	.514	2.216	160	132	
.40	.500	2.240	188	142	
.50	.490	2.231	206	153	
.60	.480	2.236	224	166	
.70	.471	2.240	232	178	zone convective
.80	.464	2.244	239	188	$S/k = 150$
.90	.456	2.247	247	201	
1.0	.449	2.251	252	212	
1.1	.442	2.255	258	221	
1.2	.435	2.259	256	232	
1.3	.430	2.262	252	240	
1.4	.427	2.266			zone radiative
1.5	.424	2.271			

La zone convective est encore peu épaisse dans ce cas, sa profondeur optique est de l'ordre de $\tau = 1.1$. La présence d'hélium dans l'atmosphère n'a pas modifié, dans ce cas, les caractéristiques de la zone convective due à l'ionisation de l'hydrogène. Comme dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur, nous devons mettre en doute, à la fois *l'exactitude de la solution algébrique* (qui suppose que la profondeur optique de la zone est au moins 3) et surtout l'hypothèse que *la zone convective puisse être en équilibre adiabatique* de $\tau = 0.2$ à $\tau = 1.3$: les deux gradients radiatif et adiabatique sont très voisins de cette zone ; il ne semble pas que le flux convectif puisse devenir important, et par conséquent

l'équilibre de la zone doit être plus voisin de l'équilibre radiatif, que de l'équilibre adiabatique.

D'ailleurs l'examen de la courbe des gradients (fig. 4) montre que de nouveau $\tau \simeq 2.5$ (ionisation He I) le gradient adiabatique doit être inférieur au gradient radiatif, en ce point peut commencer une zone adiabatique épaisse, caractérisée par une autre valeur de l'entropie. Le modèle correspondant deviendrait alors : de $\tau = 0$ à $\tau = 0,2$ équilibre radiatif $\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right) = \left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{rad}}$;

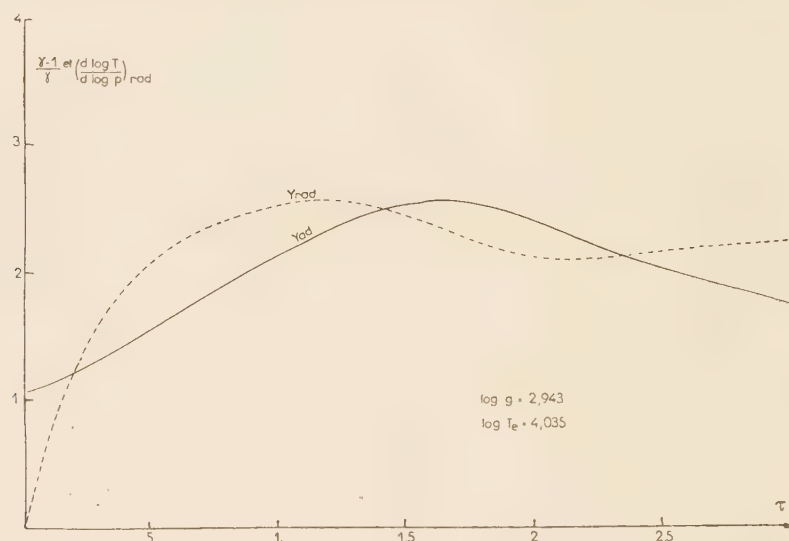


FIG. 4. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique le long du modèle $\left\{ \begin{array}{l} \log g = 2.943 \\ \log T_e = 4.035. \end{array} \right.$

en $\tau = 0.2$ commence la zone convective ;

le gradient $y = \frac{d \log T}{d \log P}$ de

$\tau = 0.2$ à $\tau = 1.3$, est légèrement suradiabatique

$$y_a < y < y_r$$

mais entre $\tau = 1.3$ et $\tau = 2.5$ y doit être légèrement sous-adiabatique $y_r < y < y_a$ puisque l'on se trouve théoriquement dans une zone radiative.

Enfin aux environs de $\tau = 2.5$ commence la zone convective en équilibre adiabatique.

Nous avons cherché si la structure de cette zone convective due à l'ionisation de l'hydrogène pouvait changer, lorsque variaient la température effective et la gravité du modèle étudié.

Ceci revient à étudier d'autres adiabatiques.

Sur l'adiabatique $S/k = 160$ nous avons trouvé le modèle suivant :

$$\text{MODÈLE 2} \quad \begin{cases} \log g = 2.427 \\ \log T_e = 4.005 \end{cases}$$

τ	0	$\log P$	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{ad}}$	$\left(\frac{d \log T}{d \log P}\right)_{\text{rad}}$
0	.594			
0.02	.590	1.342	—	.028
0.05	.581	1.477	130	.050
0.10	.569	1.643	136	.084
.15	.557	1.732	138	.119
.20	.548	1.805	142	.142
.30	.532	1.892	154	177
.40	.520	1.951	164	197
.50	.508	1.992	175	210
.60	.497	2.028	189	221
.70	.487	2.060	204	230
.80	.478	2.080	219	238
.90	.469	2.100	229	238
1.00	.460	2.115	237	235
1.25	.440	2.152	252	224
1.5	.422	2.177	258	205
2	.396	2.245	236	191

La zone convective est encore plus étroite que dans le cas étudié précédemment : sa profondeur diminue avec la gravité. Nous avons alors étudié le modèle correspondant à la solution sur l'adiabatique $S/k = 131,6$. Le modèle de gravité plus forte correspond seulement à une étoile A de la série principale alors que les 2 autres modèles 1 et 2 étaient relatifs aux géantes et même aux supergéantes.

La courbe 5 représente les variations des 2 gradients radiatif et adiabatique le long du modèle.

La profondeur optique de la zone convective est devenue très grande (τ est de l'ordre de 40). Pour la première fois l'hypothèse selon laquelle la *zone convective est en équilibre adiabatique* est sans doute vérifiée. Pour nous en assurer, nous avons calculé le flux radiatif en différents points de cette zone convective. Connaissant le flux total constant dans l'atmosphère, nous avons pu en déduire la valeur du flux convectif que nous ne pouvions atteindre directement. Le gradient réel est supposé adiabatique ce qui entraîne $\frac{dT}{dh} = \left(\frac{dT}{dh}\right)_{\text{rad}}$, par suite

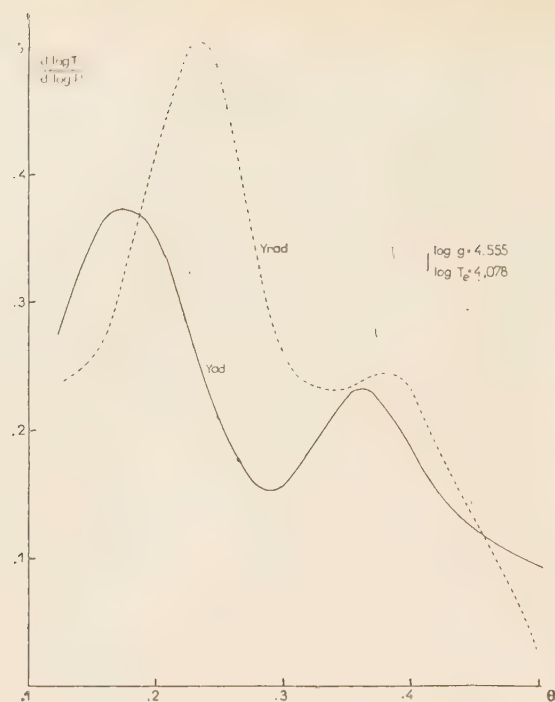


FIG. 5. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique le long du modèle $\left\{ \begin{array}{l} \log g = 4.555 \\ \log T_e = 4.078 \end{array} \right.$

MODÈLE $\left\{ \begin{array}{l} \log g = 4.555 \\ \log T_e = 4.078 \end{array} \right.$

τ	θ	$\log P$	y_{ad}	y_{rad}	
0	0.502				
0.01	.500	2.250	.094	.020	
0.05	.490	2.662	.098	.045	zone radiative
0.1	.479	2.885	.104	.072	
0.2	.460	3.034	.116	.116	
0.3	.445	3.150	.126	.140	
0.4	.431	3.227	.139	.167	
0.5	.422	3.295	.149	.185	
0.6	.413	3.348	.163	.207	
0.7	.406	3.393	.176	.224	
0.8	.399	3.435	.191	.234	
0.9	.393	3.472	.201	.240	
1.0	.387	3.504	.211	.244	
2.0	.339	3.757	.211	.232	
3.0	.315	3.902	.176	.240	zone convective
4.	.301	4.150	.157	.256	
5.	.292	4.135	.152	.280	
10.	.264	4.421	.178	.415	
15.	.245	4.500	.215	.493	
20.	.231	4.694	.263	.502	
25.	.219	4.778	.302	.480	
30.	.209	4.838	.332	.448	
35.	.195	4.922	.362	.398	
40.	.187	4.972	.369		

connaissant l'expression du flux convectif

$$F_c = c_p \rho u l \left[\left(\frac{dT}{dh} \right) - \left(\frac{dT}{dh} \right)_{ad} \right]$$

nous avons $F_c = 0$ alors que nous savons qu'en réalité F_c est grand. Le calcul du flux radiatif exige simplement la connaissance de la relation $\theta(\tau)$ dans la zone convective que l'on connaît déjà à l'aide de

$$\frac{S}{k} = 131.6 \rightarrow T(P)$$

$$\frac{1}{g} \int \bar{\kappa} dP \rightarrow \tau(P)$$

On sait que lorsque $\tau > 10$

$$F_R = 0.8839 [B(\tau + 0.397) - B(\tau - 0.397)] + 0.1161 [B(\tau + 2.723) - B(\tau - 2.723)]$$

Voici la valeur du flux à différentes profondeurs optiques

τ	θ	F_r	F_c/F en %
0	0.502	3.982	0
0,2	.460	—	0
1	.387	$3.850 \cdot 10^{11}$	3,3 %
3	.315	3.561	10
10	.264	2.122	47
15	.245	2.206	45
20	.231	2.606	35
25	.219	3.298	17
30	.209	3.936	2 %
40	.187	3.982	0

et la courbe 6 représente la variation du flux.

Nous voyons que le flux convectif croît rapidement avec la profondeur optique dans la zone convective, ce qui est favorable à l'hypothèse selon laquelle l'équilibre adiabatique s'établit presque immédiatement.

La *profondeur géométrique* h de la zone convective a été déterminée en calculant par intégration numérique

$$h_2 = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{dP}{g\rho}$$

où ρ la densité, est liée à la pression gazeuse

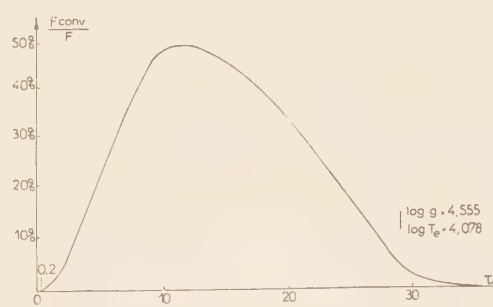


FIG. 6. — Variation du rapport $\frac{F_c}{F}$ en fonction de la profondeur optique τ le long du modèle

$$\begin{cases} \log g = 4.555 \\ \log T_e = 4.078 \end{cases}$$

et à la masse moléculaire moyenne $\bar{\mu}$

$$\rho = \frac{\mu_H P_g}{k T}$$

$\bar{\mu}$ dans le cas du mélange d'hydrogène et d'hélium étudié est, nous l'avons déjà vu (chapitre III)

$$\bar{\mu} = 1.4575 \left(1 - \frac{P_e}{P_g} \right).$$

Nous avons trouvé que la profondeur géométrique de cette zone convective est de 1 950 km. La profondeur de la zone radiative superficielle étant de 647 km, la profondeur de cette atmosphère de $\tau = 0.01$ à $\tau = \tau_2$ est de 2 600 km environ.

L'étoile théorique que nous étudions est voisine de la série principale, nous pouvons supposer que

$$R = 10^{11} \text{ cm} \simeq 1.5 R_{\odot}$$

par suite la variation

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{2 \cdot 10^8}{10^{11}} = 2.6 \cdot 10^{-3}$$

ce qui entraîne

$$\frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta R}{R} = 5.2 \cdot 10^{-3}$$

nous voyons que l'approximation faite en considérant la gravité constante dans l'atmosphère est raisonnablement justifiée.

Enfin pour compléter ce modèle (RC) nous l'avons comparé avec un modèle

entièrement radiatif R_{∞} , de même température effective et de même gravité. Calculé à l'aide des coefficients relatifs à la deuxième approximation de CHANDRASEKHAR, nous avons porté sur un même graphique les 2 distributions de température $\theta(\tau)$ afin de les comparer (courbe 7). Nous voyons que ces 2 courbes sont très voisines :

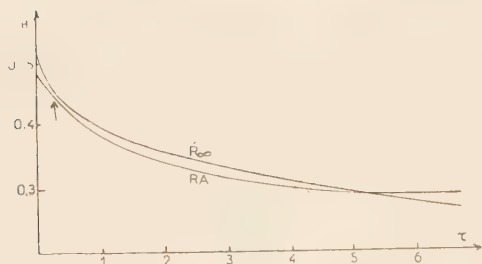


FIG. 7. — Répartition des températures dans les deux modèles R_{∞} et R. A. de même gravité et température effective.

Près de la surface le modèle RC est plus chaud $\theta_0 = 0.502$ alors que θ_0 est égal 0,51 dans le modèle R_{∞} .

Mais vers $\tau = 5$ les deux températures θ_{RC} et $\theta_{R_{\infty}}$ sont égales et aux grandes profondeurs le modèle entièrement radiatif est plus chaud. A la surface pour le modèle entièrement radiatif $\frac{\theta_e}{\theta_0} = 0.811$; alors que pour le modèle R. C. $\frac{\theta_e}{\theta_0} = 0.839$.

Par conséquent si nous déterminons la température effective de l'étoile

d'après les caractéristiques des raies (se formant surtout vers $\tau = 0.3$) nous faisons une erreur sur la température effective du modèle RC, en supposant le modèle entièrement radiatif.

Ainsi les 2 modèles étudiés ici, de même température effective $\log T_e = 4.078$ seront ainsi déterminés expérimentalement

$$\begin{aligned} \text{modèle RC } \log T_e &= 4.093 \text{ (en supposant } R_\infty) \\ \text{— } R_\infty \log T_e &= 4.078 \end{aligned}$$

L'erreur sur le type sera donc faible.

(d'après KUIPER)

$$B_8 \rightarrow \log T_e = 4.090$$

$$B_8 \rightarrow \log T_e = 4.065$$

et l'étoile RC sera donc de type un peu moins avancé qu'on ne le croit.

Conclusion.

La zone convective due à l'hydrogène encore très étroite dans les étoiles de faible gravité devient profonde au voisinage de la série principale (type A), la présence d'hélium ayant dans ce cas considérablement augmenté sa profondeur.

Il est d'ailleurs vraisemblable que le passage d'une zone adiabatique étroite à une zone adiabatique profonde se fait de façon continue le long de la droite du plan $(\log g, \log T_e)$ lieu de tous les modèles de ce type (WKZ).

II. *L'instabilité est due aux débuts de l'ionisation de He I.*

Dans ce cas, le raccord de la zone radiative superficielle et de la zone convective en équilibre adiabatique se fait à une grande profondeur optique (τ_1 varie de 3 à 4 selon les modèles étudiés). Les coefficients b , Q , L_1 , L_{-1} déterminant la zone radiative seront très voisins des coefficients relatifs au modèle radiatif infini.

Les deux distributions $\theta_{R_\infty}(\tau)$ et $\theta_{RC}(\tau)$ seront pratiquement confondues.

A) *Nous étudierons d'abord le modèle que nous avons trouvé comme solution sur l'adiabatique $S/k = 150$.*

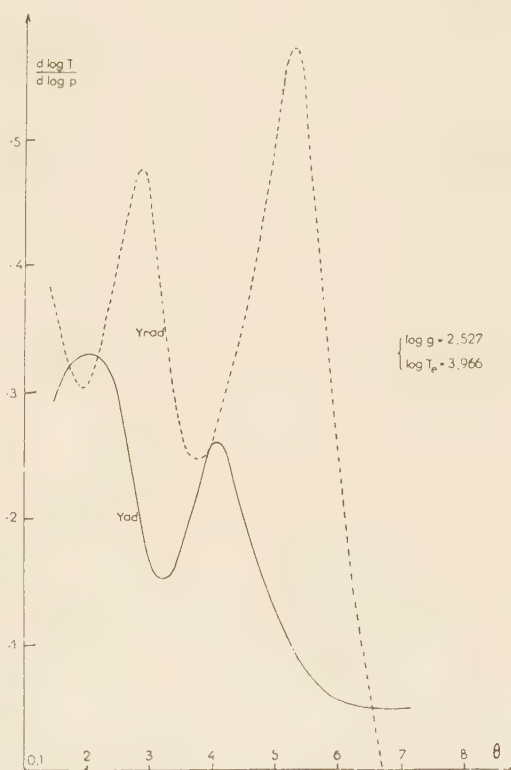


FIG. 8. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique le long du modèle

$$\begin{aligned} \log g &= 2.527 \\ \log T_e &= 3.966. \end{aligned}$$

$$\text{IV} \left\{ \begin{array}{l} \log g = 2.527 \text{ est de type } A_3 \text{ environ (échelle de KUIPER)} \\ \log T_e = 3.966 \end{array} \right.$$

τ	θ	$\log P$	y_{ad}	y_{rad}
0	,670			
0,05	,656	1.860	,048	,041
0,1	,649	2.00	,050	,056
0,2	,628	2.168	,051	,126
0,5	,570	2.330	,067	,394
1	,522	2.420	,093	,560
2	,464	2.525	,177	,383
3	,428	2.630	,236	,317
4	,400	2.722	,260	,260
5	,388	2.830	,242	,248
10	,339	3.092	,160	,294
20	,308	3.355	,154	,430
30	,290	3.510	,180	,470
40	,274	3.635	,221	,462
50	,257	3.740	,270	,430
60	,243	3.826	,304	,395
70	,230	3.900	,320	,363
80	,219	3.962	,328	,339
90	,208	4.022	,330	,319
100	,200	4.083	,330	,306

La courbe 8 représente les variations des deux gradients radiatif et adiabatique le long du modèle.

La zone convective en équilibre adiabatique qui commence à $\tau = 4$ se trouve être très profonde, sa profondeur optique est de l'ordre de 80.

Cependant si la zone convective devient en équilibre adiabatique à $\tau = 4$ elle commence en fait à de faibles profondeurs optiques : l'inégalité de SCHWARZSCHILD est vérifiée dès $\tau = 0,1$. Nous sommes alors obligés de supposer, pour interpréter ce modèle que le début de la zone convective est en équilibre radiatif : le flux convectif transporté est pratiquement nul dans ces régions superficielles de faible densité.

Puis avec la profondeur optique, la température et la densité augmentent ; le flux convectif devient rapidement important dès que l'hélium commence à s'ioniser et après une zone convective intermédiaire (où la part du transfert par rayonnement est encore notable), la zone convective devient en équilibre

adiabatique. Pour nous en convaincre nous avons étudié la *répartition du flux convectif* dans la zone adiabatique

$$F_c = F - F_r = \frac{\sigma}{\pi} T_r^4 - F_{rs}$$

Le flux radiatif F_r est calculé comme précédemment par la méthode d'approximation de STRÖMGREN.

τ	θ	F_r	F_c/F en %
0	,670	$16.55 \cdot 10^{12}$	0
4	,400	» »	0
10	,339	9.51 »	42,5
20	,308	6.66 »	60
40	,274	6.46 »	61
60	,243	9.46 »	43
70	,230	12.36 »	25,3
80	,219	16.55 »	0

Le flux convectif qui devient très important vers $\tau = 30$, a une croissance très rapide dès $\tau = 4$. L'hypothèse suivant laquelle cette zone est en équilibre adiabatique est donc acceptable.

Finalement nous aboutissons au schéma suivant pour ce modèle :

de $\tau = 0$ à 0,1 : équilibre radiatif ;

de $\tau = 0,1$ à $\tau = 4$: zone convective en équilibre radiatif (la zone intermédiaire est supposée très mince) ;

à $\tau = 4$: zone adiabatique très épaisse ;

à $\tau = 4$, les deux gradients radiatif et adiabatique sont d'ailleurs tangents ce qui n'est, nous l'avons vu, que l'expression de la continuité du flux à de grandes profondeurs de raccord.

La *profondeur géométrique* de cette zone convective adiabatique est de $16 \cdot 10^{10}$ cm environ ; l'étoile théorique considérée est une géante dont nous pouvons supposer que le rayon R est environ $10 R_\odot$.

Nous avons alors $\frac{\Delta R}{R} \simeq 0.025 \rightarrow \frac{\Delta g}{g} = 0.05$ nous n'avons pas tenu compte

de cette variation de $\log g$ de 5 % dans la construction de notre modèle, car elle influence très peu les données de la zone convective (début, profondeur...).

B) Comme précédemment, nous avons étudié ensuite les solutions trouvées sur les adiabatiques 160 ; 145 et 131,6 ; au début de l'ionisation de l'hélium I.

Sur l'adiabatique 160 nous avons trouvé le modèle

$$V \begin{cases} \log g = 2.010 \\ \log T_e = 3.956 \end{cases}$$

τ	θ	$\log P$	y_{ad}	y_{rad}
—	—	—	—	—
0	0,688	—	—	—
0,05	,674	1.508		0,043
0,1	,660	1.687		0,078
0,2	,642	1.823		,140
0,5	,590	1.992	102	,376
1	,533	2.091	116	,492
2	,473	2.220	208	,348
3	,436	2.332	252	,278
4	,410	2.426	253	,253
5	,392	2.510	230	,245
10	,335	2.813	167	,312
15	,297	3.162	207	,415
20	,267	3.362	270	,373
25	,243	3.510	296	,317
30	,223	3.625	302	,285
35	,209	3.722	303	,269

La profondeur optique de la zone convective en équilibre adiabatique diminue donc avec la gravité (l'étoile considérée est presque une supergéante).

En choisissant ensuite le modèle trouvé comme solution sur l'adiabatique $S/kN = 131,6$ nous étudions une étoile théorique de la série principale

$$VI \begin{cases} \log g = 4.276 \\ \log T_e = 4.039 \end{cases}$$

τ	θ	$\log P$	y_{rad}	y_{ad}
—	—	—	—	—
0	0,568			
0,1	,545	2.845	,085	,048
0,2	,526	3.042	,176	,052
0,5	,488	3.182	,256	,075
1	,443	3.332	,288	,100
2	,388	3.560	,305	,210
3	,360	3.652	,240	,240
4	,343	3.742	,234	,219
5	,326	3.850	,236	,189
10	,280	4.260	,340	,155
20	,260	4.468	,440	,186
30	,244	4.000	,500	,220
40	,229	4.702	,504	,270
50	,214	4.810	,470	,320
60	,203	4.895	,432	,344
70	,192	4.945	,394	,363
80	,180	5.015	,346	,374

La profondeur optique de la zone adiabatique est de 70, sa profondeur géométrique est de 3 200 km environ. Si nous supposons que l'étoile théorique a un rayon comparable à celui du soleil, nous n'avons pas, dans ce cas, à tenir compte de la variation de gravité dans cette partie de l'atmosphère que nous étudions.

Ici aussi l'instabilité radiative commence à de très faibles profondeurs $\tau = 0,06$ alors que la zone convective en équilibre adiabatique ne débute qu'à $\tau = 3$.

En conclusion lorsque le raccord zone radiative-zone adiabatique a lieu au début de l'ionisation de l'hélium, ce n'est en fait en ce point qu'un changement d'état d'équilibre de la zone convective.

La zone radiative superficielle est très étroite ($\tau = 0,06$) et l'instabilité radiative apparaît dans la région d'ionisation de l'hydrogène. La zone convective est d'abord en équilibre radiatif puis la densité, la température augmentant, le flux convectif devient très important lors de l'ionisation de He I. En réalité, ici aussi doit exister une partie de la zone convective vraisemblablement peu épaisse où l'équilibre n'est pas encore proche de l'équilibre adiabatique mais n'est déjà plus radiatif : le gradient est compris entre les 2 gradients adiabatique et radiatif.

$$\left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{ad}} < \frac{d \log T}{d \log P} < \left(\frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{rad}}$$

Nous y reviendrons au chapitre V.

III. Le raccord a lieu en fin d'ionisation de He I.

Sur l'adiabatique $S/k = 150$ nous avons obtenu comme solution de ce type le modèle

$$\text{VII} \quad \begin{cases} \log g = 3.902 \\ \log T_e = 4.208. \end{cases}$$

Le raccord des 2 zones radiative et adiabatique se fait à $\tau_1 = 0.40$ $\theta_1 = 0.325$.

τ	θ	$\log P$	y_a	y_r
0	,376			
0,01	,374	2.140		
,05	,368	2.562		
,1	,359	2.750	,190	,054
,2	,346	2.938	,169	,095
,3	,335	3.052	,160	,127
,4	,325	3.182	,154	,154
,5	,319	3.250	,151	,166
,6	,313	3.303	,153	,179
,7	,308	3.350	,156	,196
,8	,303	3.393	,161	,205
,9	,298	3.430	,169	,215
1,0	,293	3.467	,177	,218
1,5	,274	3.615	,224	,210
2,0	,257	3.740	,273	,195

La profondeur optique de la zone convective n'est que de $\tau = 0,7$ et nous devons mettre en doute, comme dans le cas où l'instabilité est due à l'ionisation de l'hydrogène, à la fois :

la détermination algébrique du raccord ;

l'hypothèse que la zone convective puisse être en équilibre adiabatique.

Il est vraisemblable que la zone convective où le flux convectif transporté est très faible (les deux gradients radiatif et adiabatique sont très voisins), reste pratiquement en équilibre radiatif.

IV. *Le raccord a lieu en fin d'ionisation de He II.*

Le calcul du modèle

$$\begin{cases} \log g = 5.480 \\ \log T_e = 4.579 \end{cases}$$

trouvé comme solution sur l'adiabatique $S/k = 150$ montre que ce modèle théorique est sans réalité physique : la zone convective est en effet extrêmement mince.

Les solutions trouvées sur les autres adiabatiques sont de même type : *La présence de cette zone convective étroite ne doit troubler en rien l'équilibre radiatif de toute l'atmosphère.*

A. B. UNDERHILL [54] étudiant un modèle très voisin de cette zone

$$\begin{cases} \log T_e = 4.401 \\ \log g = 4.200 \end{cases}$$

trouve une zone convective adiabatique dès $\theta = 0.141$. Mais si elle calcule la relation adiabatique à partir de $\theta = 0.131$, elle ne cherche pas quelle est la profondeur de cette zone convective, et pourtant le simple tableau de gradients qu'elle donne (page 2 de son article) montre que très tôt les deux gradients se recoupent, nous n'avons pu pousser plus loin l'étude de ce modèle, ne disposant pas dans cette zone des mêmes coefficients d'absorption que A. B. UNDERHILL.

V. *Conclusion.*

Des quatre solutions algébriques trouvées sur une même adiabatique, seules deux correspondent peut-être à des modèles réels. Mais pour expliquer ces modèles théoriques, il faut faire intervenir une portion de la zone convective où l'équilibre n'est plus radiatif, sans être encore proche de l'équilibre adiabatique ; la zone radiative ne peut vraisemblablement jamais se raccorder immédiatement à une zone convective en équilibre adiabatique sauf peut-être dans le cas où l'instabilité est due à l'ionisation de l'hydrogène.

V. — ÉTUDE DU DIAGRAMME GRAVITÉ-FLUX.

Nous avons placé, dans le diagramme gravité-flux, les modèles théoriques obtenus comme solutions du raccord exact d'une zone radiative et d'une zone adiabatique, dans le cas d'atmosphères d'étoiles composées soit d'hydrogène pur, soit d'hydrogène et d'hélium (15 % d'atomes d'hélium et 85 % d'atomes d'hydrogène).

Ces modèles se groupent suivant quatre courbes sensiblement rectilignes et parallèles :

La droite I correspond aux modèles où le raccord exact zone radiative-zone convective en équilibre adiabatique a lieu en fin d'ionisation de l'hydrogène. Dans ces modèles, l'instabilité de la zone radiative qui se produit dès que l'inégalité de SCHWARZSCHILD est vérifiée, débute au point de raccord des deux zones : la zone convective est immédiatement en équilibre adiabatique.

La droite II correspond aux modèles où le raccord zone radiative-zone adiabatique a lieu au début de l'ionisation de l'hélium. Le raccord correspond ici à un changement dans l'état d'équilibre de la zone convective et non au début de l'instabilité qui se produit beaucoup plus près de la surface (vers $\tau = 0.2$), là où l'hydrogène s'ionise. Il faut d'ailleurs remarquer que ce changement brusque de l'état d'équilibre de la zone convective n'est pas physiquement réel, et correspond surtout à une simplification.

Sur *la droite III* sont groupés des modèles où le raccord des deux zones radiative et adiabatique se fait lorsque l'hélium I est déjà fortement ionisé. Dans ces modèles la zone convective est immédiatement en équilibre adiabatique. Mais comme nous l'avons vu précédemment, cette zone convective est relativement étroite : il est douteux que d'importants mouvements de convection puissent s'y établir et par suite l'équilibre de cette zone sera vraisemblablement plus voisin de l'équilibre radiatif que de l'équilibre adiabatique.

La droite IV correspond aux modèles d'étoiles chaudes où le raccord des deux zones radiative et adiabatique a lieu lorsque l'hélium II est fortement ionisé. La zone convective devrait être immédiatement en équilibre adiabatique mais, étant donné son étroitesse, cet état d'équilibre n'est sûrement pas réalisé.

— Ces quatre droites se partagent donc en deux groupes.

Les droites I, III et IV correspondent à des modèles où la *zone convective* est *exactement en équilibre adiabatique* dès le début de l'instabilité de la zone radiative due aux ionisations de H, He I et He II.

Pour les modèles de la droite II, le raccord des deux zones correspond uniquement à un changement d'état d'équilibre de la zone convective, qui d'abord en équilibre radiatif devient brusquement en équilibre adiabatique lors de l'ionisation de l'hélium I.

— Ces droites partagent le diagramme gravité-flux en plusieurs zones A, B, C, D, E dont nous allons d'abord entreprendre l'étude théorique (première partie de ce chapitre).

Puis nous placerons dans ce diagramme ($\log g$, $\log T_e$) des étoiles connues et nous essayerons de les comparer à nos étoiles théoriques (deuxième partie de ce chapitre).

A) ÉTUDE THÉORIQUE DU DIAGRAMME GRAVITÉ-FLUX

Pour étudier les différentes régions de ce diagramme, nous avons construit, dans chacune d'entre elles, des *modèles entièrement en équilibre radiatif*. Nous avons encore employé la méthode de CHANDRASEKHAR (2^e approximation) qui assure automatiquement la constance du flux radiatif gris. Nous avons supposé que le flux convectif transporté est négligeable même dans la zone convective, qui se trouve pratiquement en équilibre radiatif : cette hypothèse fournit, nous l'avons vu, une zone convective beaucoup plus étroite que si nous la supposons en équilibre adiabatique.

Le calcul de ces modèles entièrement radiatifs nous donnera pour chaque étoile théorique étudiée :

a) la profondeur optique à laquelle débute l'instabilité de la zone radiative toujours définie par l'inégalité de SCHWARZSCHILD ;

b) les différents types d'instabilité pouvant se produire : instabilité dues soit à l'ionisation de l'hélium I ou II, soit à celle de l'hydrogène ;

c) l'épaisseur (valeur minimum de l'épaisseur réelle) que peut avoir cette zone convective supposée en équilibre radiatif.

Nous ne redonnerons pas ici les modèles relatifs aux 4 droites que l'on trouve au chapitre IV, nous nous contenterons d'indiquer le rôle « limite » que joue chacune de ces droites dans le diagramme gravité-flux.

1. ÉTUDE DES DIFFÉRENTES ZONES.

Voici les différents modèles choisis pour représenter les zones A, B, C, D et E :

— Pour la *zone A* nous nous sommes contentés de donner la répartition des gradients dans le modèle d'étoile chaude O_3 calculé par A. B. UNDERHILL [51]

$$\begin{cases} \log g = 4.200 \\ \log T_e = 4.477 \end{cases}$$

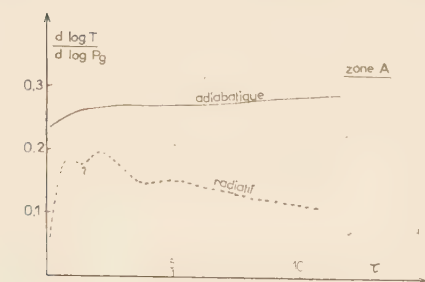


FIG. 9. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique dans un modèle de la zone A (d'après A. B. UNDERHILL).

si l'on suppose le modèle gris. Jamais les deux gradients ne se coupent : le modèle est entièrement radiatif (fig. 9).

— Sur la *droite IV* sont les modèles obtenus comme solutions sur les différentes adiabatiques, très courte instabilité (due à l'ionisation de l'hélium II) qui ne modifie sûrement pas l'équilibre radiatif.

— *Zone B* : Nous avons construit le modèle de type B₂

$$\begin{cases} \log g = 4 \\ \log T_e = 4.300 \end{cases}$$

qui présente une instabilité de la zone radiative lors de l'ionisation de l'hélium II. La courbe 10 fournit la répartition des gradients radiatif et adiabatique dans ce modèle : ces deux gradients sont voisins, et la condition de continuité du flux n'étant pas satisfaite dès le début de l'instabilité, il est peu probable que l'équilibre de la zone convective, s'il n'est plus radiatif, devienne jamais adiabatique.

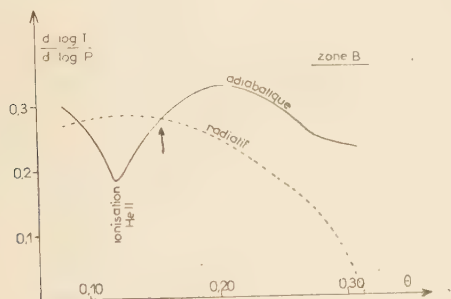


FIG. 10. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique le long d'un modèle situé dans la zone B.

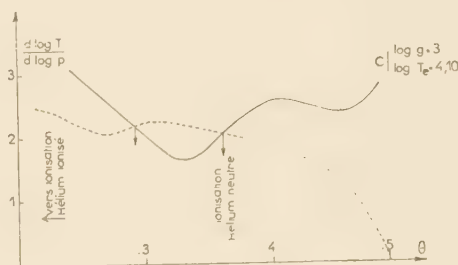


FIG. 11. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique le long d'un modèle situé dans la zone C.

En résumé : équilibre radiatif « instable » dans cette zone.

— Sur la *droite III* sont des modèles où apparaît pour la première fois l'instabilité de l'équilibre radiatif due à l'ionisation de l'hélium I. La zone convective est encore étroite et il est peu vraisemblable que son état d'équilibre s'éloigne beaucoup de l'équilibre radiatif.

Aux températures plus élevées commence une deuxième zone d'instabilité due à l'ionisation de l'hélium II : zone étroite.

Ici encore l'équilibre peut être considéré comme radiatif.

— Dans la *zone C* nous avons construit un modèle d'étoile de type approximatif B₈ (échelle de KUIPER)

$$\begin{cases} \log g = 3 \\ \log T_e = 4.10 \end{cases}$$

Ici aussi apparaissent deux instabilités successives dues respectivement aux ionisations de He I puis de He II : les deux zones convectives sont étroites, les 2 gradients radiatif et adiabatique sont voisins, l'équilibre de l'atmosphère s'écartera peut-être de l'équilibre radiatif, sans pour cela jamais devenir adiabatique.

L'équilibre radiatif est vraisemblablement la meilleure approximation pour le calcul d'une atmosphère d'étoile de cette zone.

— La droite *I* est commune aux deux séries de modèles d'atmosphères de composition chimique différente, que nous avons étudié :

atmosphères composées d'hydrogène pur,
atmosphères composées d'hydrogène et d'hélium.

Dans le premier cas (H pur), cette zone convective due à l'ionisation de l'hydrogène est toujours étroite pour les étoiles A (seules étoiles où le raccord exact zone radiative-zone adiabatique est possible).

Au contraire dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium nous avons vu que cette zone convective pouvait devenir très profonde si, à l'instabilité due à l'ionisation de l'hydrogène, s'ajoutait celle due à l'ionisation de l'hélium I.

Le long de cette droite *I* nous avons théoriquement pour : $\log g < 4$ des modèles où les deux zones convectives dues à l'ionisation de H puis de He, sont séparées par une zone radiative d'autant plus grande que la gravité est plus faible (sans cependant que sa profondeur optique dépasse 2).



FIG. 12. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique le long d'un modèle situé dans la zone D.

— $\log g > 4$ une zone convective unique due aux deux instabilités qui s'ajoutent. Le passage de l'un de ces types de modèles à l'autre se fait vraisemblablement de façon continue le long de la droite *I* : nous n'avons pas discuté la possibilité d'existence d'une zone radiative étroite entre deux zones convectives très proches où des mouvements turbulents peuvent prendre naissance.

— Dans la zone *D* nous avons construit le modèle de type A_0 (fig. 12)

$$\begin{cases} \log g = 2.694 \\ \log T_e = 4 \end{cases}$$

où nous voyons apparaître les trois instabilités successives dues aux ionisations de l'hydrogène, de l'hélium I, et de l'hélium II. Selon la gravité nous avons plusieurs structures possibles de modèles.

Aux fortes gravités ($\log g > 4$) la zone convective qui débute à $\tau = 0.2$ doit devenir en équilibre adiabatique dès que l'hélium I s'ionise (entre $\tau = 0.2$ et $\tau = 3$) : la zone convective sera profonde.

Aux plus faibles gravités nous avons la même structure que sur la droite *I* mais ici jamais le raccord exact zone radiative-zone adiabatique n'est possible.

La *droite II* correspond, nous l'avons vu, à des modèles dont la zone convective d'abord en équilibre radiatif devient brusquement en équilibre adiabatique lors de l'ionisation de l'hélium I.

— Dans la *zone E* se trouvent des modèles avec une zone convective profonde. Nous en avons étudié deux, malheureusement proches de la droite II, car nous étions limités dans nos investigations par notre table, peu étendue, de gradients adiabatiques.

Ces deux modèles sont :

$$\begin{array}{ll} \text{I} & \left\{ \begin{array}{l} \log g = 2.694 \\ \log T_e = 3.966 \end{array} \right. & \text{II} & \left\{ \begin{array}{l} \log g = 3.600 \\ \log T_e = 3.966 \end{array} \right. \end{array}$$

l'instabilité de la zone radiative se produit très près de la surface ($\tau \simeq 0.2$). En ce point nous ne pouvons raccorder *immédiatement* une zone adiabatique, les conditions du raccord n'étant pas satisfaites : la zone convective se trouve être à son début en équilibre radiatif. Mais à partir du début de l'instabilité, les deux gradients radiatif et adiabatique calculés le long du modèle, ne sont plus jamais en contact jusqu'à la fin de la zone convective : l'équilibre de cette dernière serait donc entièrement radiatif. Cependant la différence des gradients très grande, nous oblige à penser que les mouvements de convection doivent être importants aux grandes profondeurs, où l'état d'équilibre de la zone convective doit être très voisin de l'équilibre adiabatique.

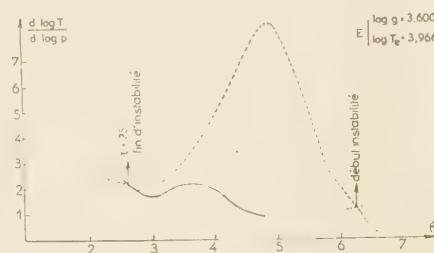


FIG. 13. — Variation des deux gradients radiatif et adiabatique le long d'un modèle de la zone E.

Le soleil se trouve dans cette zone E et BIERMANN [5] a montré que si l'instabilité radiative commençait à $\tau = 0.8$, la zone convective n'était pas en équilibre adiabatique avant $\tau = 8$ ce qui prouve l'existence d'une structure intermédiaire de la zone convective entre $\tau = 0.8$ et $\tau = 8$.

Nous avons donc pensé que pour ces modèles de la zone E, la zone convective profonde ne devenait en équilibre adiabatique qu'après une région d'équilibre « transitoire » où le flux convectif transporté n'était plus négligeable, sans être cependant assez important pour que les mouvements convectifs puissent transporter une grande partie de l'énergie (équilibre adiabatique).

Nous allons revenir un peu plus loin (A, 3) sur la structure de cette zone « transitoire ».

2. REMARQUES GÉNÉRALES TIRÉES DE L'ÉTUDE DES DIFFÉRENTES ZONES DU DIAGRAMME ($\log g, \log T$)_c.

a) *Différents types d'instabilité.*

Les droites I, III et IV le long desquelles le raccord exact zone radiative-

zone adiabatique est possible correspondent en fait à des *cas limites* séparant le plan (g, T_e) en différentes régions où tel ou tel type d'instabilité peut se produire, nous devons nous y attendre ayant vu que la condition de continuité du flux se traduisait lorsque le raccord a lieu à de grandes profondeurs ($\tau = 3$) par $\frac{d^2B}{d\tau^2} = 0$

ce qui entraînait au point de raccord la tangence des deux gradients : cas limite entre courbes de gradients qui se coupent ou ne se coupent pas. Lorsque la solution est plus superficielle, les points obtenus sont très voisins de ces points de tangence et correspondent encore sensiblement à des cas limites.

Ainsi à droite de I, les modèles ne présenteront aucune instabilité provoquée par l'ionisation de l'hydrogène alors que cette instabilité existera pour tous les modèles situés à gauche de I.

Il en sera de même pour les régions situées de part et d'autre des droites III et IV relatives aux ionisations de l'hélium I et de l'hélium II.

Les différents types d'instabilité pouvant se produire dans les diverses régions du diagramme gravité-flux sont donc (indépendamment de toute discussion sur l'étendue et l'état d'équilibre de la zone convective qui prend naissance dans ces modèles) :

zone A	aucune instabilité,
zone B	instabilité due à l'ionisation de l'hélium II,
zone C	instabilités dues aux ionisations de He I, puis de He II,
zone D et E	instabilités successives dues aux ionisations de H, He I, He II.

Le graphique 14 montre la position de ces différentes régions dans le plan $(\log g, \log T_e)$

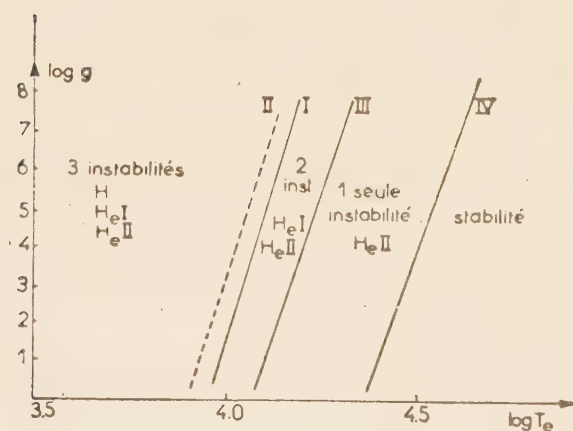


FIG. 14. — Différentes zones d'instabilité dans le diagramme gravité-flux.

La droite II ne correspondant à aucun type de nouvelle instabilité, nous l'avons mise en pointillés.

b) *Début des différentes zones convectives.*

La zone convective due à l'ionisation de l'hélium II, se produit toujours à de grandes profondeurs ($\tau = 3$ le long de la droite IV, et plus profondément lorsqu'on se déplace vers la gauche).

La zone convective due à l'ionisation de He I débute plus près de la surface ($\tau \simeq 0.5$ le long de la droite III) et s'enfonce progressivement lorsque l'étoile devient plus froide.

Quant à la zone convective due à l'ionisation de l'hydrogène elle débute près de la surface ($\tau \simeq 0.2$ pour les étoiles A ; $\tau \simeq 1$ pour les étoiles de type solaire, la profondeur optique de la zone radiative étant encore plus grande pour les étoiles froides).

c) *Profondeurs des différentes zones convectives : influence de l'introduction d'hélium dans la composition chimique de l'atmosphère.*

1° Les zones convectives dues aux ionisations de l'hélium II ou de l'hélium I sont toujours étroites, leur présence ne modifie guère l'équilibre radiatif régnant dans l'atmosphère de l'étoile.

Il faut d'ailleurs remarquer que, dans aucun modèle, les deux zones convectives dues aux ionisations de He I, puis de He II ne peuvent donner une zone convective unique et profonde. Ceci correspond à ce que nous n'avons jamais pu déterminer, sur une adiabatique, la solution correspondant aux débuts de l'ionisation de l'hélium II. Cette solution très profonde (?) $\tau > 3\,000$ correspondrait à une droite de rôle semblable à la droite II (modifications de l'état d'équilibre de la zone convective).

En fait, *dans tous les modèles d'étoiles chaudes étudiés* (de même composition chimique que celle qu'UNSÖLD avait déterminée pour τ Scorpii) les deux zones convectives sont étroites et distinctes : *l'introduction d'hélium dans leur composition chimique ne modifie pas sensiblement l'équilibre radiatif.*

2° Dans les zones D et E sont des étoiles qui peuvent avoir des zones convectives *profondes*.

Déjà dans le cas d'une étoile composée d'hydrogène et de métaux, RUDKJØBING [30] avait remarqué que la profondeur de la zone convective due à l'hydrogène augmente lorsqu'on se déplace des *étoiles de type A*, vers celles de *type F et G*. Ici *l'introduction d'hélium dans la composition de l'atmosphère augmente considérablement la profondeur de cette zone convective* puisqu'il est possible que les deux ionisations de H et de He conduisent à une zone convective unique et profonde (ceci est rendu possible par suite de l'existence de la droite II) ; nous allons étudier maintenant la structure de cette zone convective.

3. STRUCTURE D'UNE ZONE CONVECTIVE QUI N'EST PAS IMMÉDIATEMENT EN ÉQUILIBRE ADIABATIQUE.

Si l'état d'équilibre des zones convectives dues aux ionisations de He I ou de He II s'écarte peu de l'équilibre radiatif (zone étroite, gradients voisins), il n'en est plus de même de l'équilibre de la zone convective unique due aux ionisations de H puis de He I.

En comparant deux modèles *très voisins*, l'un de la droite II, l'autre de la zone E, nous voyons que nous leur avons attribué des structures très différentes

alors que vraisemblablement il n'y a pas de grosse discontinuité dans les propriétés de la zone convective en passant de l'un à l'autre.

Le long de la droite II, le changement d'état d'équilibre de la zone convective se fait lors de l'ionisation de l'hélium I, il est normal de penser qu'il se fait au même moment dans la zone E. Le raccord exact des 2 zones radiative et adiabatique ne pouvant se produire, nous avons introduit une zone transitoire permettant les deux raccords exacts :

zone radiative-zone transitoire,
zone transitoire-zone adiabatique.

Dans cette zone transitoire, le flux convectif nul dans la zone radiative, croît en importance jusqu'à ce que l'équilibre puisse être adiabatique.

$$F_c = c_p \varphi u l \left[\frac{dT}{dh} - \left(\frac{dT}{dh} \right)_{ad} \right].$$

La donnée de F_c , ne nous permet pas de passer directement du flux convectif transporté à la distribution de gradients, et à $T(p)$ par suite du manque de données sur u : vitesse moyenne de la turbulence et sur l longueur de mélange (sauf dans quelques cas très particuliers), nous avons préféré nous donner dans cette zone intermédiaire la *distribution des gradients* qui nous permet de calculer immédiatement le flux radiatif

$$F_c = \frac{4}{3} \frac{ac}{\pi \varphi} T^3 \frac{dT}{dh}$$

— Connaissant le flux radiatif, nous en déduisons le flux convectif

$$F_c = \frac{\sigma}{\pi} T_e^4 - F_r.$$

— La différence entre le gradient réel et le gradient adiabatique n'étant pas nulle, nous pouvons déduire de la valeur du flux convectif des indications sur la valeur de :

— ul ($c_p \varphi$ est connu en fonction du degré d'ionisation),

— ou de l si nous faisons des hypothèses sur la valeur de u , soit à l'aide de valeurs expérimentales (STRUVE et ELVEY [48], K. O. WRIGHT [51]), soit à l'aide de la valeur théorique limite (SIEDENTOPF [39])

$$u = \sqrt{gl \frac{\Delta T}{T}}.$$

Cette distribution de gradients doit obéir à de nombreuses conditions :
conditions à l'intérieur de la zone convective,
conditions aux limites : raccord avec les deux zones radiative et adiabatique.

A l'intérieur de la zone convective nous devons avoir

$$y_a < y < y_r \quad \left(\text{nous avons posé } y = \frac{d \log T}{d \log P} \right)$$

le gradient réel doit être inférieur au gradient radiatif pour que la constance du flux total soit réalisée, il doit être supérieur au gradient adiabatique pour que les mouvements convectifs transportent un flux d'énergie positif.

— Au raccord des zones $\left\{ \begin{array}{l} \text{radiative-transitoire,} \\ \text{transitoire-adiabatique,} \end{array} \right.$

nous devons satisfaire les conditions générales de raccord, qui se résument (τ est la profondeur optique du raccord, 1 et 2 les deux zones) en :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1(\tau) = B_2(\tau) \\ \frac{dB_1}{d\tau}(\tau) = \frac{dB_2}{d\tau}(\tau) \\ \text{la continuité du flux au raccord.} \end{array} \right.$$

Cette dernière condition entraînant si τ est assez grand (voir chapitre III)

$$\frac{d \log y_1}{d \log P}(\tau) = \frac{d \log y_2}{d \log P}(\tau).$$

Les gradients sont tangents au point de raccord.

Le modèle se définit ainsi (les fonctions relatives à la zone transitoire ont l'indice i) :

- (1) zone radiative de $\tau = 0$ à $\tau = \tau_1$,
en τ_1 où l'on a $y_r(\tau_1) = y_a(\tau) = y_i(\tau_1)$ commence la zone convective ;
- (2) zone convective, d'abord en équilibre radiatif jusqu'en τ_2 où débute la zone transitoire ; nous avons le premier couple d'équations

$$\left\{ \begin{array}{l} y_r(\tau_2) = y_i(\tau_2) \\ \frac{d \log y_r(\tau_2)}{d \log P} = \frac{d \log y_i(\tau_2)}{d \log P} \end{array} \right.$$

Cette zone s'étend de τ_2 à τ_3 où commence la zone adiabatique et où nous avons

$$\left\{ \begin{array}{l} y_i(\tau_3) = y_a(\tau_3) \\ \frac{d \log y_i(\tau_3)}{d \log P} = \frac{d \log y_a}{d \log P}(\tau_3). \end{array} \right.$$

Ce modèle ne peut être déterminé que par approximations.

Il faut choisir τ_2 et la distribution de gradients tels qu'en τ_3 le gradient réel arrive tangentiellement au gradient adiabatique calculé le long de la zone intermédiaire.

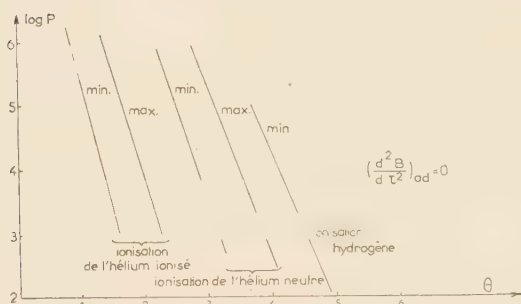
Nous savons que $\tau_2(\theta_2, P_2)$ est au voisinage de la région où l'hélium I commence à s'ioniser. La détermination de τ_3 sera facilitée par la construction des courbes

le long desquelles $\left(\frac{d^2B}{d\tau^2}\right)_{ad} = 0$ déterminées à l'aide des adiabatiques calculées précédemment : minima et maxima de la fonction $\left(\frac{dB}{d\tau}\right)_{ad}$ (fig. 15).

Dans notre cas particulier, le point θ_3, P_3, τ_3 doit être au voisinage de la partie de la courbe $\left(\frac{d^2B}{d\tau^2}\right)_{ad} = 0$ qui correspond aux débuts de l'ionisation de l'hélium, la connaissance approchée de P_3 doit entraîner celle de θ_3 , ce qui limite le nombre des approximations nécessaires.

Nous avons fait les calculs de cette zone transitoire pour deux modèles de la zone E.

FIG. 15. — Lieu des points du plan $(\theta, \log p)$ où $\frac{d^2B}{d\tau^2} = 0$.



Le premier, de type # A_3

$$\text{I} \quad \begin{cases} \log g = 2.694 \\ \log T_e = 3.966 \end{cases}$$

est très proche de la droite II, la zone transitoire sera donc étroite, et par suite facile à construire.

L'autre est l'étoile de la série principale de type A_3 (échelle de KUIPER)

$$\text{II} \quad \begin{cases} \log g = 3.600 \\ \log T_e = 3.966 \end{cases}$$

pour laquelle des calculs plus approfondis ont été faits.

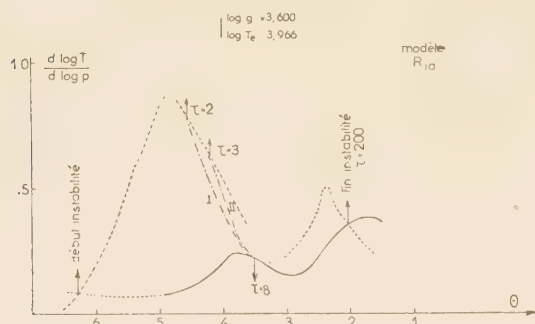


FIG. 16.

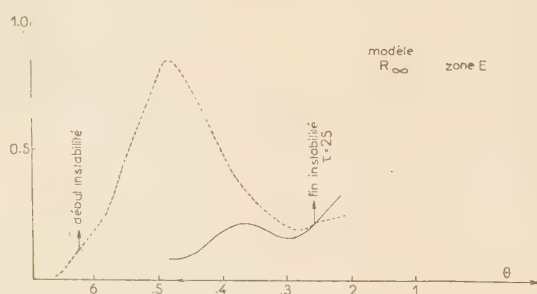


FIG. 17.

FIG. 16, FIG. 17. — Comparaison de deux modèles R_∞ et R_{ia} de même gravité et de même température effective.

Les figures 16 et 17 montrent l'allure des gradients radiatif et adiabatique le long des deux modèles, en équilibre radiatif infini (16), ou avec une zone adiabatique profonde (17).

La profondeur de la zone convective qui n'est que de $\tau = 25$ dans le premier cas devient d'au moins 200 dans le deuxième cas.

Les calculs faits sont assez approchés, nous avons essayé successivement les valeurs de $\tau_2 = 2$ ou $\tau_2 = 3$, ainsi que plusieurs distributions de gradients. Le modèle qui semble le mieux adapté à la structure de l'étoile théorique est le suivant (nous le comparons au modèle R_∞) :

TABLEAU V, 1
MODÈLE R I A (fig. V, 11)

τ	0	log P	y_r	y_a	y_i	
0	.676					
0.1	.640	2.839	.069			zone radiative
0.2	.616	3.009	.154			
0.4	.579	3.129	.264			
0.6	.552	3.181	.499			
0.8	.531	3.211	.571			zone convective équilibre radiatif
1	.514	3.232	.761			
2	.457	3.296	.761	.084		
3	.422	3.368	.603	.137		
4	.400	3.412		.191	453	
5	.384	3.460		.223	350	zone transitoire
6	.373	3.506		.228	263	
7	.364	3.550		.224	230	
8	.357	3.580	.230	.222		
9	.351	3.621	.215	.215		
10	.345	3.658	.212	.210		
20	.308	3.903	.216	.153		
30	.291	4.075	.257	.146		
40	.280	4.184	.297	.151		
50	.270	4.280	.330	.168		zone adiabatique $S/k \simeq 132,8$
60	.263	4.342	.355	.182		
70	.258	4.388	.373	.200		
80	.253	4.430	.430	.218		
90	.247	4.472	.475	.235		
100	.242	4.515	.500	.246		
150	.220	4.675	.394	.310		
200	.200	4.801	.335	.358		

TABLEAU V, 1

MODÈLE R_{∞} (fig. V, 10)

τ	θ	$\log P$	y_r	y_a
0	.676			
0.1	.640	2.839	.069	allure
0.2	.616	3.009	.154	approchée
0.4	.579	3.128	.264	
0.6	.552	3.181	.499	
0.8	.531	3.211	.571	
1	.514	3.232	.761	
2	.457	3.296	.761	.084
3	.422	3.368	.603	.137
3	.422	3.368	.603	.137
4	.398	3.415	.504	.195
5	.379	3.462	.404	.223
6	.364	3.508	.354	.214
7	.351	3.554	.308	.206
8	.341	3.599	.290	.196
9	.332	3.641	.270	.188
10	.324	3.682	.253	.172
20	.274	4.002	.202	.188
30	.249	4.197	.233	.246

Ce modèle R I A peut être construit pour toute étoile de la zone E de composition analogue à l'étoile τ Scorpii (85 % d'atomes d'hydrogène, 15 % d'atomes d'hélium).

La zone intermédiaire dont la profondeur est nulle pour les modèles de la droite II (type A) deviendra de plus en plus épaisse lorsque le type spectral du modèle sera de type moins avancé.

En particulier pour le soleil, la zone adiabatique ne commencera, d'après notre hypothèse que dans la région où l'hélium I commencera à s'ioniser, soit vers $\tau \simeq 800$ environ. Aucun calcul précis de modèle solaire n'a été fait, nos tables n'étant pas assez étendues du côté des basses températures pour traiter ce cas avec précision, et de plus le modèle « gris » que nous aurions pu construire risquait d'être fort mauvais à la surface de l'étoile. Il serait cependant souhaitable qu'un modèle solaire soit calculé avec une zone convective qui d'abord en équilibre radiatif deviendrait en équilibre adiabatique après une zone transitoire épaisse.

4. CONCLUSION.

WOOLLEY [60] étudiant les conditions dans lesquelles une zone radiative

devenait instable, trouve en tenant compte de la pression de radiation, que le début de la zone convective est donné par

$$\left| \frac{dT}{d\tau} \right|_{\text{ad}} < \left| \frac{dT}{d\tau} \right|$$

Cette condition coïncide en fait avec l'inégalité de SCHWARZSCHILD telle qu'elle a été donnée en 1906 par cet auteur [37]

$$\left| \frac{dT}{dh} \right|_{\text{ad}} < \left| \frac{dT}{dh} \right|$$

puisque l'on a

$$\begin{cases} d\tau = \frac{\bar{\kappa}}{g} dP \\ dP = -g_c dh \end{cases}$$

où P est la pression totale il n'y a donc aucune ambiguïté sur la détermination du début de la zone convective.

Nous pouvons donc conclure, dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium (85 % d'atomes H, 15 % d'atomes He) que les quatre droites I, II, III, IV séparent le plan en plusieurs zones où les modèles ont des structures différentes (fig. 14).

Zone A, modèles entièrement radiatifs (pas de zone convective).

Zones B et C, modèle avec zone convective plus proche de l'équilibre radiatif que de l'équilibre adiabatique.

Zones D et E, modèles avec une zone convective profonde, qui d'abord en équilibre radiatif, devient en équilibre adiabatique aux grandes profondeurs.

Rappelons que dans le cas d'une atmosphère composée d'hydrogène pur, la droite I existe seule séparant le plan (g , T_e) en deux régions :

- les étoiles chaudes (type $\geq A$) entièrement en équilibre radiatif ;
- les étoiles plus froides que le type A qui ont une zone convective d'autant plus profonde que l'étoile est plus froide.

E. VITENSE [58] étudiant avec des modèles très simplifiés les différentes zones d'un diagramme analogue au nôtre ($\log T_e$, $\log g_c$) a trouvé trois droites de séparation : elles ne peuvent correspondre que de très loin avec les nôtres

puisqu'elles séparent les régions du plan où pour $\tau = \frac{2}{3}$ nous avons $y_a < y_r$ (convection) ou $y_r < y_a$ (stabilité).

Cependant nous retrouvons approximativement la droite III, l'instabilité due à l'ionisation de He I commençant vers $\tau = 0.4$ alors que celle due à l'ionisation de He II commençant vers $\tau = 3$ n'a pu être détectée par E. VITENSE. (L'inclinaison un peu différente des droites de E. VITENSE vient de ce qu'elle a porté $\log g_{\text{eff}}$ en ordonnées et non $\log g$). La droite I n'a pas de correspondante

chez E. VITENSE, puisque l'instabilité due à l'ionisation de l'hydrogène commence à $\tau = 0.2$, et ne peut se distinguer de celle due à HeI qui commence à $\tau = 0.5$: il y a convection dans les deux cas à $\tau = \frac{2}{3}$.

La deuxième droite de E. VITENSE correspond aux modèles où l'instabilité radiative commence à $\tau = \frac{2}{3}$.

Cependant nous n'avons pas trouvé la troisième droite, située vers les étoiles très froides, peut-être correspond-elle à une ionisation des métaux dans les couches superficielles ; nous n'avons pu faire de calculs précis dans ce cas, ne disposant pas de tables d'entropie pour des atmosphères contenant des métaux.

B) COMPARAISON DE NOS MODÈLES THÉORIQUES ET D'ÉTOILES OBSERVÉES.

1. — L'étude théorique du diagramme gravité-flux que nous venons d'entreprendre montre *le rôle capital que jouent* dans la structure d'une étoile *la composition chimique et le type spectral* ; la gravité ne semble jouer ici qu'un rôle secondaire puisque les différentes droites I, II, III, IV sont peu inclinées par rapport à l'axe oy ($\log g$). Nous allons résumer dans un tableau les différents résultats. Nous indiquerons dans quel cas *la présence d'une zone convective peut perturber l'aspect des raies* : pour cela nous estimons que les raies se forment grossièrement entre la surface de l'étoile et $\tau = 1$, le continu se formant entre $\tau = 0.01$ et $\tau = 5$.

La zone convective influencera d'autant plus la formation des raies qu'elle sera plus près de la surface : en particulier une zone convective peu profonde mais commençant à $\tau = 0.2$ (étoiles F) aura plus d'importance qu'une zone convective très profonde mais commençant vers $\tau = 0.8$ (soleil).

Les deux compositions chimiques que nous avons choisies sont presque deux compositions extrêmes pour la teneur de l'atmosphère en hélium :

l'une est relative aux étoiles sans hélium,

l'autre est relative aux étoiles riches en hélium : la proportion adoptée est celle qu'UNSÖLD avait déterminée pour τ Scorpii. Des recherches plus récentes de NEVEN [22] ont montré que la proportion d'hélium dans cette étoile n'était que de 4 % (en atomes) ; il est très vraisemblable que la majorité des étoiles ont une teneur en hélium également inférieure à celle que nous avons adoptée. Seules les supergéantes font peut-être exception si, comme UNSÖLD l'a suggéré, leur teneur en hélium est supérieure à celle des étoiles normales : ceci expliquerait en fait, pourquoi, indépendamment de toute dissipation d'énergie, ces étoiles ont une turbulence beaucoup plus importante que les naines.

Dans le tableau suivant nous voyons le rôle important joué par la présence

d'une forte quantité d'hélium dans l'atmosphère des étoiles chaudes (A, B) : *il semble que les étoiles B et A qui sont turbulentes sont des étoiles riches en hélium.*

TABLEAU V, 2

CHANGEMENT ZONE POUR SÉRIE PRINCIPALE	ÉTOILE H PUR	ÉTOILE H + He (85 % ATOMES H, 15 % ATOMES He)
Type O	Sans convection	Sans zone convective.
O ₈ (droite IV)		
Type B	Sans convection	Zone convective débutant à $\tau = 3$ sans influence sur les raies.
B ₅ (droite III)		
Type B	Sans convection	Zone convective très peu profonde débutant à $\tau = 0.5$. Influence douteuse sur les raies.
B ₉ (droite I)		
Type A.	Zone convective extrêmement étroite commençant à $\tau = 0.2$	Convection à $\tau = 0.2$, profonde pour la série principale.
A. (droite II)		
Type A	Zone convective due à l'hydrogène	Convection commençant superficiellement et devenant très profonde.
Type F	Devenant de plus en plus profonde	
		Débute vers $\tau = 0.2$ croissant lentement.
Type G	(τ , croît doucement de 0.2 à 0.8 (☉) et davantage ?)	

Dans ce domaine spectral l'étude des raies pourrait donner des indications sur la structure et la composition chimique de l'étoile. Cependant, peu de spectres d'étoiles sont pris avec une dispersion assez grande, pour permettre la construction de courbes de croissance ou de profils de raies, seul moyen de reconnaître s'il y a réellement turbulence dans l'atmosphère de l'étoile ; nous ne pouvons espérer qu'une comparaison grossière entre nos modèles théoriques et les étoiles observées.

Enfin dans les types spectraux moins avancés (F, G) la présence d'hélium ne sert qu'à rendre plus profonde une zone convective existant déjà : jamais l'hélium ne joue le rôle néfaste que suppose RUDKJØBING [31] (neutralisation de la convection due à l'hydrogène).

2. Position d'étoiles observées dans notre diagramme gravité-flux.

Pour placer une étoile dans ce diagramme il faut connaître à la fois sa température effective et sa gravité.

a) $\log T_e$ peut être déduit à partir du type spectral à l'aide de l'échelle de

KUIPER [19], si la luminosité et le rayon de l'étoile sont connus (en unités solaires), on peut en déduire T_e

$$L = R^2 \frac{T_e^4}{T_{\odot}^4} \quad (L \text{ et } R \text{ en unités solaires}).$$

b) La gravité sera en général beaucoup plus difficile à déterminer puisqu'elle exige à la fois la connaissance de la masse et du rayon de l'étoile : nous la connaissons pour de nombreuses étoiles doubles visuelles ou spectroscopiques.

c) *Listes d'étoiles étudiées.* Nous avons groupé dans le tableau ci-dessous (IV, 3) des étoiles tirées de plusieurs listes déjà publiées dans les mémoires suivants :

PECKER et SCHATZMAN [23] (liste remaniée à partir de celles de STRÖMGREN [43] et KUIPER [19] ; Drafts Reports (Rome meeting, septembre 1952) ; P. CURIEN *, liste de Céphéides ; Étoiles turbulentes (SCHATZMAN [36]).

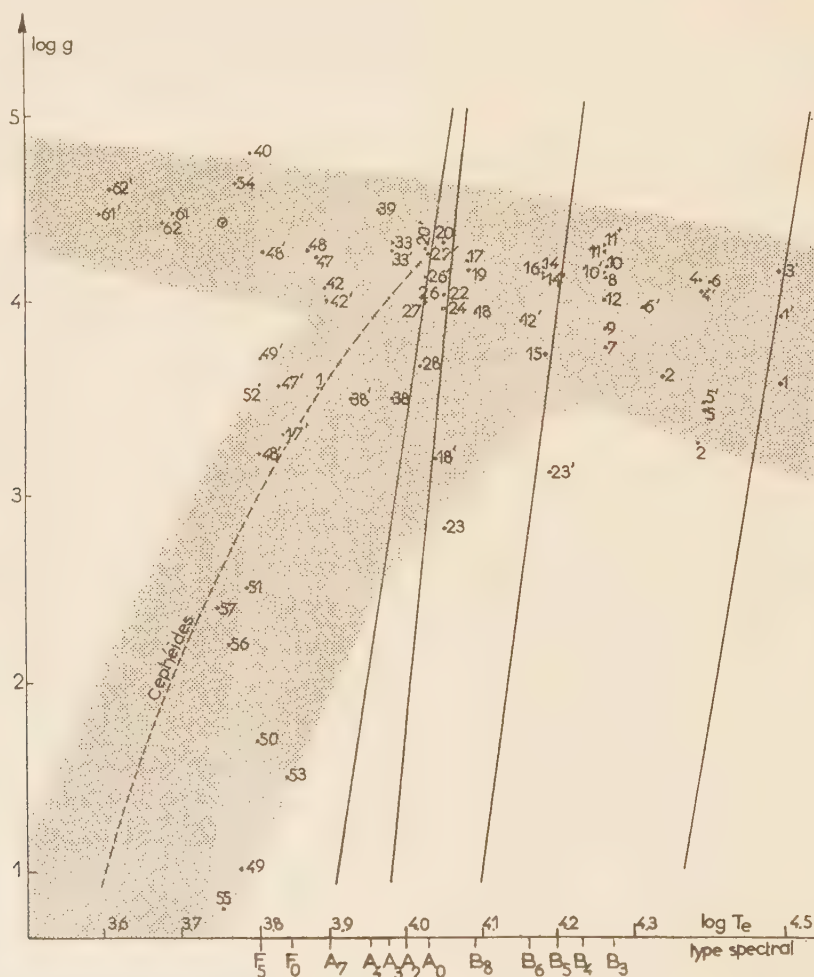


FIG. 18. — Diagramme gravité-flux ; position de nombreuses étoiles connues par rapport aux différentes régions du plan

* Je remercie beaucoup l'auteur, P. CURIEN, de m'avoir montré cette liste avant publication : elle m'a servi à placer les Céphéides dans le diagramme.

TABLEAU V, 3

		TYPE SPECTRAL		log g		log T_e		CARACTÉRISTIQUES
				log g_1	log g_2	log T_{e1}	log T_{e2}	
1	Ao Cas	c0 _{8.5}	c0 _{8.5}	3.528	3.900	4.50	4.50	
2	HD 1337			3.238	3.588	4.39	4.34	Étoile de TRUMPLER à grande masse ?
3	Y Cygni	O ₉	O ₉	4.137	4.132	4.50	4.50	
4	AH Cep	B _{onk}	B _{onk}	4.086	4.020	4.40	4.40	
5	δ Ori	B _{ok}	B ₂	3.40	3.438	4.40	4.32	
6	V Pup	B ₁	B ₃	4.088	3.948	4.36	4.27	
7	VV Cep	B ₃	cM _{2e}	3.729	?	4.27	—	
8	TT Aur	B ₃	—	4.104	4.100	4.27	—	
9	Z Vul	B _{3ns}	—	3.836	—	4.27	—	
10	σ Aql	B ₃	B ₃	4.159	4.052	4.27	4.27	H pur ? [23]
11	AG Per	B _{3k}	B _{3k}	4.275	4.251	4.27	4.27	
12	u Her	B ₃	B ₆	3.985	3.884	4.27	4.16	
13	μ Sco	B _{3p}	B ₆	4.152	3.890	4.27	4.16	
14	U Oph	B _{5nk}	B _{5nk}	4.180	4.147	4.19	4.19	
15	V ₅₉₉ Aqu	B ₅	B ₈	3.733	3.958	4.19	4.09	
16	U CrB	B ₅	B ₉	4.182	3.206	4.19	4.045	
17	TX Uma	B ₈	gF ₂	4.241	3.330	4.09		
18	β Per	B ₈	G	3.937	4.322	4.09	—	br (riche en He) [23].
19	U Cep	B ₈	gG ₂	4.186	—	4.09	—	
20	AR Aur	B ₉	Ao	4.343	4.289	4.06	4.03	
21	ν Sgr	B ₉						Pauvre en hydrogène.
22	GO Cyg	B _{9n}	Aon	4.040	4.260	4.06	4.03	
23	β Lyr	cB ₉	B ₅ ?	2.810	3.089	4.06	4.19 ?	(Élargissement des raies par turbulence ? [46] dans B ₅) (anomalies des raies de He I (B ₉ , B ₅).)
24	U Sge	B _{9n}	gG ₂	3.958	—	4.06	—	Type Algol raies larges. Étoile à silicium.
25	i Lib	B _{9p}						
26	RX Her	Ao	Ao	4.036	4.150	4.03	4.03	Riches en He [23].
27	β Aur	Aop	Aop	3.988	3.988	4.03	4.03	H pur ? [23].
28	TV Cas	Ao	—	3.642	—	4.03	—	H pur ? [23].
29	θ Aur	Aop				4.03		Silicium [21].
30	α CVn	Aop				4.03		Si-Eu [21].
31	α ² CVn							Étoile magnétique [12].
32	ε UMa	Aop				4.03		Variable [21].
33	TX Her	A ₂	A ₂	4.331	4.285	3.986	3.986	
34	α Cyg	A ₂ Ia				3.986		Turbulence [36].
35	17 Com	A _{2p}				3.986		Cr Eu [21].

TABLEAU V, 3

	TYPE SPECTRAL	log g		log T_e		CARACTÉRISTIQUES
		log g_1	log g_2	log T_{e1}	log T_{e2}	
36 78 Vir	A _{2p}			3.986		Cr Eu, champ magnétique [2], [21].
37 73 Dra	A _{2p}			3.986		Sr, Eu, Cr [21].
38 WX Cep	A ₂	A ₅	3.484 3.484	3.986	3.93	
39 UX Mon	A ₃	gG ₂	4.460	3.97		
40 HD 19.445	A _{4sp}		4.80	3.80		Sous-naines [1].
41 i Cas	A _{5p}			3.93		Sr [21].
42 WW Aur	A ₇	A ₇	4.096 4.033			
43 α Car	cF ₀					Turbulence [51].
44 γ Cap	F _{0 III}					Sr [21].
45 γ Equ	F ₀					Sr, Eu [21] turbulence champ magnétique [12].
46 β CrB	F ₀					Cr, Eu faible turbulence.
47 Z Her	F _{0p}	gF _{2p}	4.262 3.570			
48 RS Cvn	F _{4n}	gG ₈	4.309 3.220			
49 α Cmi	F _{5 IV}	cF ₈	3.7 1		3.836	Supergéante turbulente [36].
50 α Per	F _{5 I_b}		1.7			
51 ρ Pup	F _{6 II}		2.5			
52 θ UMa	F _{6 III}		3.5			
53 ε Aur	cF ₈		1.5		3.837	Turbulence [36], [62] le type est peut-être F ₃ .
54 W UMa	F _{8p}	F _{8p}	4.651		3.779	
55 δ Cam	G ₀		0.8		3.760	Étoile turbulente [36], [49].
56 η Aqu	G ₀		2.20		3.760	Céphéide [38] turbulente.
57 δ Cep	F ₅ -G ₂		2.40		3.754	Céphéide.
58 ζ Gem	F ₇ -G ₃		2.12		3.732	Céphéide.
59 WW Dra	gG ₂	gK ₂	3.620 2.212			
60 RT Lac	gG ₉	gK ₁	3.058 3.337			
61 ζ Boo			4.5 4.5	3.70	3.60	Riches en He [23].
62 79 Oph A			4.45 4.63	3.68	3.62	Riches en He [23].

De nombreuses étoiles anormales, sans doute les plus intéressantes, n'ont pu être placées car leur gravité n'est pas connue : nous les avons cependant mises dans le tableau 3 avec leur type spectral et leurs caractéristiques.

Ce sont les étoiles A anormales : étoiles à Sr, Cr, Eu, Si (MORGAN, KEENAN, KELLMAN [21], M. E. WALTHER [59]).

Les étoiles à raies métalliques dont des listes récentes ont été publiées par ROMAN, MORGAN, EGGEN [28], et A. SLETTEBAK [42]. Nous verrons plus loin que le type spectral de ces étoiles varie avec le critère spectral choisi pour leur classification (raie K, raies métalliques, discontinuité de BALMER).

Dans le tableau V, 3 les étoiles sont groupées approximativement d'après leur type spectral.

Les étoiles doubles sont classées d'après le type de leur composante de type le plus avancé ($\log g_1$, $\log T_1$). Nous donnons sur la même ligne les caractéristiques relatives à l'autre composante ($\log g_2$, $\log T_2$).

Étoiles à raies métalliques.

Cette liste n'est pas complète (aucune étoile de M. E. WALTHER n'est incluse), elle donne seulement les étoiles à raies métalliques les mieux connues.

NOM	RAIE K	RAIES MÉTALLIQUES	RAIES H
60 Leo	A ₁	A ₅	A ₅
α Gem B ft	A ₁	A ₅	A ₅
63 Tau	A ₁	F ₀ II, III = F ₅ IV	F ₀
ν Oph	A ₂	A ₇	A ₇
ζ UMa ft	A ₂	A ₈	A ₇
λ Vir	A ₂	A ₈	A ₇
ε Ser	A ₂	A ₇ (F ₀ ?)	A ₅
α^2 Lib	A ₂	A ₇	
16 Ori	A ₂	F ₂ IV	A ₉
HR 1.519	A ₂	F ₀ IV	A ₇
15 UMa	A ₃	F ₅ IV = F ₀ II, III	F ₀
τ UMa	A ₅	F ₆ II	F ₀
60 Tau	A ₅	F ₂	F ₀
HR 1.403 Tau	A ₅	F ₂	F ₀
HR 4.646	A ₅	F ₅ IV	F ₂
δ Cap	A ₆	F ₅ IV = F ₀ II, III	F ₂
α^2 Vir	A ₆	F ₆ IV	F ₂
θ Cep	A ₆	F ₅ IV = F ₀ II, III	A ₈

3. Discussion.

Nous avons placé dans le diagramme gravité-flux surtout des étoiles B, A et F, puisque les régions intéressantes à étudier sont surtout les régions :

- des étoiles chaudes (B) ;
- des étoiles de type A et F avancé (au voisinage des deux droites I et II) ;
- étoiles A anormales,
- étoiles F turbulentes,
- étoiles à raies métalliques.

Les étoiles de type moins avancé (G, K)... sont moins intéressantes car l'introduction d'hélium dans leur composition chimique ne change pas la structure des couches superficielles (convection due à l'hydrogène).

a) Pour les étoiles de type B apparaît dès la droite III (type B₃ sur la série principale) la possibilité de structures différentes suivant la composition chimique :

étoile sans hélium = équilibre radiatif, pas de zone convective,

étoile avec hélium = zone convective due à l'ionisation de He I (début à $\tau = 0.5$) qui peut perturber les raies.

Nous connaissons de nombreuses étoiles dans cette région du diagramme mais nous n'avons malheureusement que très peu de données sur l'allure de leurs spectres et ne pouvons rien conclure.

Là se trouve ν Sgr pauvre en hydrogène, mais vraisemblablement pauvre en hélium. Cette étoile contient une forte proportion de carbone dont le deuxième potentiel d'ionisation χ_1 de 24^v27 est très voisin de 24^v46 (He I), cette étoile peut avoir une zone convective due à l'ionisation de C II + He I. Nous n'avons pas trouvé de renseignements sur l'allure des raies.

β Lyrae est également dans cette région. STRUVE a étudié cette étoile [45] et a remarqué un élargissement par turbulence des raies de la composante B₅ (qui serait riche en hélium). D'autre part il existe dans les 2 étoiles de type B₅ et B₉ des anomalies des raies de He I : elles pourraient être dues à l'existence d'une couche convective qui n'est pas en équilibre radiatif (sans pour cela être en équilibre adiabatique).

β Per (étoile la plus brillante d'ALGOL) est d'après [23] riche en hélium, nous ne pouvons en avoir aucune confirmation d'après la forme des raies, de même pour σ Aql qui serait au contraire pauvre en hélium.

b) Les étoiles de type B₉ — A (à gauche de la droite I) sont celles dont les couches superficielles sont les plus perturbées par suite de l'existence de la zone convective due à l'hydrogène qui commence près de la surface $\tau \simeq 0.2$.

Cette zone convective très étroite pour les étoiles d'hydrogène pur (type A), est au contraire profonde pour les étoiles riches en hélium : dès le type B₉ (droite I) pour les étoiles de la série principale, dès le type A₃ pour les géantes et les supergéantes (droite II). Mais c'est aussi dans cette région du diagramme que nous avons le plus d'étoiles particulières, il est donc difficile de conclure que ces différences de structure des couches superficielles sont responsables de certains types d'étoiles.

Nous pouvons d'abord écarter les étoiles à Cr et à Eu puisque BABCOCK [21] a montré que c'étaient des étoiles magnétiques où les anomalies étaient dues au champ magnétique.

Dans les étoiles à silicium, une légère modification de la répartition des températures dans les couches superficielles influencerait peut-être beaucoup

Si II qui se trouve avoir son maximum d'abondance (en fonction du type spectral) vers le type A_5-B_9 [34], là où sont justement les étoiles à Si, un calcul plus précis devrait être fait avant de conclure.

Dans cette région du diagramme nous avons : β Aur et TV Cas qui seraient d'après [23] des étoiles d'hydrogène pur, donc en équilibre radiatif ; RX Her, et RS Vul qui seraient des étoiles riches en He [23], donc avec une zone convective profonde, et un élargissement des raies par turbulence (?) ; la supergéante α Cyg dont les raies sont vraisemblablement élargies par turbulence ; et bien d'autres étoiles dont aucun spectre dispersé n'a été pris.

c) *Supergéantes de type A_8-F_2* . A gauche de la droite II commence pour les supergéantes la possibilité d'avoir une zone convective commençant vers 0.2 et extrêmement profonde, dans cette région sont des étoiles dont la turbulence a été étudiée (calcul de courbes de croissance, de profils de raies). Ce sont :

α Car	cF ₀	étudiée par Wright [61]
α Per	cF ₄	— par Greenstein [14]

ces étoiles ont vraisemblablement une teneur assez forte en hélium.

δ Cam	cF ₈	étudié par Struve et Unsöld [49]
ε Aur	cF ₈	— Wright et Van Dien [62]
α Cam	cF ₈	—

d) De ces quatre étoiles il faut rapprocher η Aquilae, céphéide de type moyen G_0 dont la turbulence a été étudiée par SCHWARZSCHILD [38]. Les autres céphéides ont peut-être également des couches superficielles turbulentes ; nous pouvons seulement conclure de notre étude que ce sont des étoiles avec une zone convective profonde commençant assez superficiellement vers $\tau = 0.6$ dans la région où l'hydrogène s'ionise. Une teneur assez forte en hélium (comme celle que nous avons utilisée) prolonge cette zone jusqu'à la région où He II commence à s'ioniser ($\chi_{\text{He II}} = 54.16$). Peut-être qu'une plus forte proportion d'hélium, d'oxygène ($\chi_{\text{O III}} = 54.87$) ou de carbone ($\chi_{\text{C III}} = 47.65$) repousserait encore plus loin (vers $\theta = 0.08$) la limite de cette zone convective : aucun calcul précis d'abondances n'a été fait pour cette séquence d'étoiles.

e) *Les étoiles à raies métalliques* sont difficiles à classer.

1. — *Le type spectral* qu'on leur attribue variant avec le critère de classification choisi :

- intensités de la raie K de Ca II (raie d'absorption),
- intensités des raies métalliques (raies d'absorption),
- grandeur de la discontinuité de BALMER (continu dû à l'hydrogène).

Les types spectraux déterminés pour une même étoile peuvent être relativement proches : A_1-A_5 dans α Gem B ; A_3-A_7 (ε Ser) ou au contraire éloignés A_5-F_6 II dans τ UMa. D'ailleurs le manque de données sur les classes de luminosité II et III de MORGAN entraîne de grosses imprécisions sur le type spectral déduit des raies métalliques ; on en est réduit à faire des équivalences F_5 IV-

F₀ II, III. *Ces étoiles ne semblent se classer ni dans le type A, ni dans le type F.* Leurs magnitudes absolues sont analogues aux étoiles de la série principale de type F avancé ; leurs indices de couleur et leurs vitesses de rotation semblent également les rapprocher des étoiles F.

Par contre des travaux récents de RUDKJØBING [33] pour la détermination des couleurs et des intensités relatives des raies fortes, montrent que les étoiles à raies métalliques (Em) se comportent comme les autres étoiles A de l'amas Ursa Major.

2. — GREENSTEIN [14] a étudié avec précision les anomalies du spectre de ces étoiles et en a déduit *une déficience apparente dans l'abondance des atomes ayant leur deuxième potentiel d'ionisation compris entre 12 et 16 volts.* GREENSTEIN pense que cette déficience peut être due à un excès de la seconde ionisation de ces atomes ; et il étudie plusieurs phénomènes susceptibles de la provoquer : excitation par le rayonnement ultraviolet de l'hydrogène ionisé, effet de résonance dans des collisions ($\chi_H = 13.54$ volts) ou effets secondaires dus à la turbulence de la zone convective (excitation par ondes de choc, ondes acoustiques). Cette dernière hypothèse s'appuie sur la très grande turbulence trouvée dans l'étoile τ UMa [14] (A₅—F₆ II).

RUDKJØBING [31] *pense que cette déficience apparente est due à une différence de structure des couches superficielles de l'étoile :* Les étoiles F normales ont une zone convective en équilibre adiabatique. Les étoiles à raies métalliques ont une zone convective en équilibre radiatif (étoiles de plus grande masse).

Ceci s'accorderait avec ce que nous avons trouvé, *la différence de structure provenant principalement d'une différence de composition chimique :*

- l'étoile en équilibre radiatif serait très pauvre en hélium ;
- l'étoile en équilibre adiabatique dans la zone convective aurait une teneur en hélium analogue à celle que nous avons adoptée.

3. — Nous avons déjà étudié dans le chapitre IV, la répartition des températures dans deux modèles de même gravité et température effective (fig. 7), mais de structure différente.

L'effet que nous avons trouvé ne peut s'appliquer que *qualitativement* puisqu'il est relatif à des modèles gris et que l'on sait que l'approximation grise est particulièrement mauvaise à la surface de l'étoile. Il semble que dans un calcul d'atmosphère non grise (PECKER [25]) le gradient radiatif augmenterait plus rapidement près de la surface : la zone radiative superficielle serait encore plus étroite, et les différences entre les deux modèles de structure différente seraient plus accentuées que celles que nous avons trouvées. (type B₅—B₉).

Bien que les deux modèles étudiés (fig. 7) correspondent à un type spectral trop avancé (B₉ à l'approximation « grise ») nous en reprenons ici l'étude qualitative, car c'est *le long de la droite I seulement que la zone convective est immé-*

diatement en équilibre adiabatique (la différence de répartition dans les températures y est donc la plus grande).

Voici comment se comportaient les deux distributions de températures (fig. 7).

Au voisinage de la surface, l'étoile R_{∞} est plus froide que l'étoile RA, c'est dans cette région (avant $\tau = 0.1$) que se forment les raies métalliques, vers $\tau = 0.2$ les deux étoiles ont la même température : l'hydrogène est pratiquement tout à fait ionisé, on peut admettre que c'est dans cette région que se forme principalement la raie K de Ca II, et là aussi qu'a lieu la deuxième ionisation d'éléments comme Sc, Mg, Zr, V, Co....

De nouveau entre $\tau = 1$ et 3, la différence entre les deux répartitions de températures s'accroît — l'étoile R_{∞} étant toujours la plus froide.

C'est là que se forme principalement le continu dû à l'hydrogène : le type spectral de l'étoile R_{∞} déduit de la discontinuité de BALMER sera donc moins avancé que celui de l'étoile RA.

Enfin à partir de $\tau = 5$, l'étoile R_{∞} devient plus chaude.

Si nous supposons, comme RUDKJØBING [31] que *les étoiles à raies métalliques sont des étoiles en équilibre radiatif*, nous en déduisons que ce sont *des étoiles de type A (donné par la raie K)* et pauvres en hélium. Ceci est d'accord avec les derniers résultats expérimentaux de RUDKJØBING [30], et de plus expliquerait au voisinage de $\tau = 0.2$ (où $\chi \simeq 13$ volts), l'excès de la seconde ionisation des éléments dont le potentiel est compris entre 12 et 16 volts.

4. — Ces résultats semblent en désaccord avec ceux trouvés par STRUVE [47] lors de sa discussion sur les Hyades et les étoiles à raies métalliques (Em). Il pense que les Em sont pauvres en hydrogène par suite d'analogies (qui nous semblent assez lointaines) entre leur spectre et celui de l'étoile γ Sgr dont l'étude détaillée a été faite et qui est pauvre en hydrogène. STRUVE se laisse d'ailleurs influencer par le fait qu'il y a beaucoup d'étoiles à raies métalliques dans les Hyades, et que d'après des travaux de KUIPER [18] déjà assez anciens, plusieurs étoiles des Hyades semblent avoir une faible teneur en hydrogène.

D'autre part, nous ne pensons pas que si τ UMa a été reconnue comme une étoile turbulente, toutes les étoiles à raies métalliques le soient. Une étude des courbes de croissance serait nécessaire pour l'affirmer. Il est même possible que les Em le soient relativement peu, si l'on compare le comportement extrême de τ UMa type A_5 (raie K) et F_6 II (raies métalliques) par rapport aux autres Em (décalage A_1 — A_5 , A_3 — A_7). Cette grande différence de types dans τ UMa est peut-être justement due à sa forte turbulence (phénomènes secondaires se propageant dans la zone radiative).

Cependant, aucune conclusion ne peut être tirée avant d'avoir construit deux modèles non gris, l'un R_{∞} , l'autre R. A. (de mêmes gravité et température

effective) ; puis entrepris à l'aide de ces modèles des calculs précis de raies métalliques (Na I, Ca I, Al I).

C) CONCLUSION

L'étude théorique que nous avons faite, montre que le raccord exact d'une zone radiative et d'une zone convective en équilibre adiabatique ne peut se faire que pour des modèles groupés le long d'une droite (atmosphère H pur) ou de quatre droites (atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium). D'ailleurs ces droites n'ont pas toutes une signification physique : dans le cas d'une atmosphère d'hydrogène pur, nous avons vu que jamais le raccord exact radiatif-adiabatique n'est possible.

Pour une atmosphère composée d'hydrogène et d'hélium une seule droite semble avoir un sens physique : celle relative aux modèles où l'instabilité due à l'ionisation de He I s'ajoute à celle due à l'ionisation de l'hydrogène pour donner une zone convective épaisse et en équilibre adiabatique. Le long de cette droite, suivant la composition chimique choisie, deux structures sont possibles : une étoile entièrement en équilibre radiatif ; une étoile où la zone convective est en équilibre adiabatique.

Nous avons vu que ceci peut expliquer qualitativement certaines anomalies du spectre des étoiles à raies métalliques. Cependant pour toute comparaison précise entre des modèles théoriques et des étoiles observées, il faudrait construire des modèles non gris, puis calculer quelques raies et comparer leur intensité aux raies observées.

Manuscrit reçu le 12 juillet 1953.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ALLER et CHAMBERLAIN, *Ap. J.*, **113**, 1951, 52.
- [2] H. BABCOCK, *Ap. J.*, **108**, 1948, 191.
- [3] J. BERGER, A. M. FRINGANT, *C. R. Acad. Sci.*, **232**, 1951.
- [4] M. BIERMANN, *A. N.*, **264**, 1938, 361.
- [5] L. BIERMANN, *Zs. f. Ap.*, **21**, 1942, 320.
- [6] L. BIERMANN, *Astronomy, Astrophysics and Cosmogony*, C. A. D. O., août 1949.
- [7] H. BUSCOMBE, *Ap. J.*, **113**, 1951, 73.
- [8] R. CAYREL, *Ann. Astrophys.*, **14**, 1951, 1.
- [9] S. CHANDRASEKHAR, *Introduction to stellar structure*, Chicago, 1939.
- [10] S. CHANDRASEKHAR, *Radiative transfer*, Oxford, 1950.
- [11] S. CHANDRASEKHAR et F. BREEN, *Ap. J.*, **104**, 1946, 430.
- [12] CLAAS, *Proced. Acad. Amsterdam*, **52**, n° 5, 1949.
- [13] EDDINGTON, *Internal constitution of stars*, Cambridge, 1928.
- [14] J. GREENSTEIN, *Ap. J.*, **107**, 1948, 151.
- [15] J. GREENSTEIN, *Ap. J.*, **109**, 1949, 121.
- [16] K. DE JAGER, *Proceed. Acad. Amsterdam*, **51**, n° 6, 1948.
- [17] H. JEFFREYS, *Phil. Mag.* (7), **2**, 1926, 833.
- H. JEFFREYS, *Proceed. Roy Soc. A.*, **118**, 1928, 195.

- [18] G. KUIPER, *Ap. J.*, **87**, 1937, 472.
- [19] G. KUIPER, *Ap. J.*, **88**, 1938, 429.
- [20] H. MINEUR, *Techniques de calcul numérique*, Paris, 1952, 315.
- [21] MORGAN, KEENAN, KELLMANN, *An atlas of stellar Spectra*, Chicago, 1943.
- [22] NEVEN, *Thèse*, Université de Liège, Paris, 1952.
- [23] PECKER et SCHATZMAN, *Ann. Astrophys.*, **10**, 1947, 181.
- [24] J. C. PECKER, *Ann. Astrophys.*, **13**, 1950, 294.
- [25] J. C. PECKER, *Ann. Astrophys.*, **14**, 1951, 115.
- [26] PLASKETT, *M. N.*, **96**, 1936, 402.
- [27] RAYLEIGH, *Phil. Mag.* (6), **32**, 529.
- [28] ROMAN, MORGAN, EGGEN, *Ap. J.*, **107**, 1948, 107.
- [29] M. RUDKJØBING, *Zs. f. Ap.*, **21**, 1942, 254.
- [30] M. RUDKJØBING, *Ann. Astrophys.*, **9**, 1946, 7.
- [31] M. RUDKJØBING, *Ann. Astrophys.*, **13**, 1950, 69.
- [32] M. RUDKJØBING, *Pub. Kobenhavn Obs.*, n° 138, 82.
- [33] M. RUDKJØBING, *Ann. Astrophys.*, **14**, 1951, 272.
- [34] RUSSEL, DUGAN, STEWART, *Astronomy*, ch. XXI, New-York, 1938.
- [35] E. SCHATZMAN, *Bulletin Académie Royale de Belgique*, XXXIV, 1948, 748.
- [36] E. SCHATZMAN, *C. R. Acad. Sci.*, **228**, 1949, 814.
- [37] K. SCHWARZSEHILD, *Gött. Nachr.*, 1906, 41.
- [38] M. SCHWARZSCHILD, SCHWARZSCHILD & W. S. ADAMS, *Ap. J.*, **108**, 1948, 207.
- [39] SIEDENTOPF, *A. N.*, **247**, 1933, 297.
- [40] SIEDENTOPF, *A. N.*, **249**, 1933, 53.
- [41] SIEDENTOPF, *A. N.*, **255**, 1935, 157.
- [42] A. SLETTEBAK, *Ap. J.*, **109**, 1949, 547.
- [43] B. STRÖMGREN, *Zs. f. Ap. J.*, **222**, 1933.
- [44] B. STRÖMGREN, *Tables of Model Stellar Atmospheres. Publ. of Mindre Medde*, Copenhagen, n° 138, 1944.
- [45] B. STRÖMGREN, *Calcul du flux* (non publié).
- [46] O. STRUVE, *Ap. J.*, **93**, 1941, 104.
- [47] O. STRUVE, *Stellar evolution*, Princeton Univ. Press, 1950.
- [48] STRUVE et ELVEY, *Ap. J.*, **79**, 1934, 409.
- [49] O. STRUVE, A. UNSÖLD, *Ap. J.*, **110**, 1949, 455.
- [50] A. B. UNDERHILL, *Pub. Kobenhavn*, n° 151.
- [51] A. B. UNDERHILL, *Pub. Dom. Ap. Obs.*, **8**, n° 12, 1951, 357.
- [52] A. B. UNDERHILL, *M. N. Royal Astr. Soc.*, **109**, 1949, 563.
- [53] A. UNSÖLD, *Zs. f. Ap.*, **1**, 1930, 138.
- [54] A. UNSÖLD, *Zs. f. Ap.*, **2**, 1931, 209.
- [55] A. UNSÖLD, *Physik der Sternatmosphären*, Berlin, 1938.
- [56] A. UNSÖLD, *Zs. f. Ap.*, **25**, 1948, 11.
- [57] A. UNSÖLD, *Astronomy, Astrophysics Cosmogony*, C. A. D. O., août, 1949.
- [58] E. VITENSE, *Zs. f. Ap.*, **29**, 1951, 73.
- [59] M. E. WALTHER, *Ap. J.*, **110**, 1949, 67.
- [60] R. V. D. R. WOOLLEY, *M. N.*, **101**, 1941, 52.
- [61] K. O. WRIGHT, *J. R. A. S.*, **41**, 1947, 49.
- [62] K. O. WRIGHT, E. VAN DIEN, *J. R. A. S.*, Canada, **43**, 1949, 15.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

La raie de l'hydrogène galactique de 21^{cm} de longueur d'onde.

Vu et approuvé :

Paris, le 11 juin 1953.

Pour le Doyen de la Faculté des Sciences,

L'ASSESEUR,

ROBERT LÉVY.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

Signé : JEAN SARRAILH.

